

BOLETÍN: "LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA MEDIA"

Número 57 año 5 20 de noviembre de 2007 ISSN 1688-2563

www.matematicaparatodos.com

URUGUAY



CUBA



artículo 1

INSTITUTO SUPERIOR PEDAGÓGICO
"José de la Luz y Caballero"
Holguín, Cuba

**Propuesta metodológica para favorecer el desarrollo de la habilidad
relacionar gráficos y propiedades de las funciones
en el preuniversitario**

Autores: Lic. Yoagny Ramírez Guerrero
Lic. Yanelis Leyva Abreu

e-mail: johnny@hlg.rimed.cu
faviana@hlg.rimed.cu

Dirección de la institución: Ave. Libertadores Km. 3 ½. Holguín. C.P. 80100

Marzo 2007
Holguín
Cuba

RESUMEN

TÍTULO: Propuesta metodológica para favorecer el desarrollo de la habilidad relacionar gráficos y propiedades de las funciones en el preuniversitario

AUTORES: Lic. Yoagny Ramírez Guerrero

Lic. Yanelis Leyva Abreu

e-mail: johnny@hlg.rimed.cu

faviana@hlg.rimed.cu

Afiliado a la Sociedad Cubana de Matemática y Computación

Las habilidades reflejan características esenciales del conocimiento de los alumnos, así como su efectividad y operatividad. El alumno necesita de las habilidades para valorar y analizar diferentes situaciones desconocidas, manifestando el grado de apropiación formal o creador de los conocimientos.

Si bien se considera que la enseñanza de la Matemática constituye una problemática actual, y dentro de ella, determinar las propiedades de las funciones, resulta indispensable el dominio y aplicación de determinadas habilidades intelectuales. La presente investigación ofrece una propuesta metodológica que propicia el desarrollo de la habilidad relacionar gráficos y propiedades de las funciones en preuniversitario, partiendo de un análisis profundo del desarrollo de las habilidades en los estudiantes, por lo que constituye una orientación de gran utilidad para los profesores que imparten la asignatura Matemática. Favorece una concepción integral dirigida a fortalecer el trabajo metodológico del Departamento de Ciencias Exactas en este nivel de enseñanza. Además, contiene un sistema de ejercicios que permite la comprobación de la efectividad de la propuesta metodológica, así como un esquema de acciones y operaciones para desarrollar dicha habilidad.

Se han aplicado en la realización de la investigación, métodos teóricos, que posibilitaron la interpretación conceptual de los datos empíricos encontrados, así como métodos empíricos que posibilitaron encuestar a profesores y estudiantes, además de la observación de clases.

INTRODUCCIÓN

Las características del desarrollo social actual, en el cual se distinguen los avances científico técnicos, exigen desde los primeros grados, la formación de un conjunto de habilidades de la Matemática, que permita enfrentar a los educandos con las tareas de dicho desarrollo.

En la actualidad, una de las tareas de la investigación de pedagogos y psicólogos es garantizar que los alumnos asimilen debidamente el sistema de conocimientos propios de las diferentes asignaturas que reciben en el plan de estudio. Para que los alumnos logren asimilar este sistema de conocimientos, es necesario que el maestro organice, dirija y conozca las peculiaridades y requisitos del proceso de asimilación.

Uno de los problemas que giran alrededor de esta gran tarea, es que los alumnos no se sienten responsables de su aprendizaje, por lo que quedan en manos del docente todas las decisiones que se toman en clases.

Para lograr responsabilidad en el aprendizaje de los estudiantes, se requiere de un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto nivel cualitativo en la formación de conocimientos en los alumnos, y que sean capaces de aplicarlos en la solución de problemas escolares y de la vida

cotidiana, en este sentido, la Matemática deviene en instrumentos indispensables que permiten la transmisión y adquisición de esos conocimientos.

A pesar de que se han obtenido resultados en el desarrollo de las habilidades, en las investigaciones realizadas en este campo, todavía es un proceso que no ocurre de manera planificada y dirigida, es dejado a la espontaneidad por el maestro.

Si bien se considera que la enseñanza de la Matemática constituye una problemática actual, y dentro de ella, determinar las propiedades de las funciones, resulta indispensable el dominio y aplicación de determinadas habilidades intelectuales, por lo que es loable continuar investigando, “cómo estimular el desarrollo de determinadas habilidades del pensamiento, específicamente la habilidad de relacionar gráficos y propiedades, en la asignatura Matemática”.

El desarrollo eficaz de esta habilidad contribuye a estimular el pensamiento del escolar, y a la concientización de los conocimientos adquiridos, preparando así las bases para su aplicación práctica.

Para conocer la situación existente alrededor de dicha habilidad fue necesario la aplicación de un diagnóstico inicial o prueba pedagógica y con ello reunir elementos de juicio suficientes que permitieron jerarquizar los problemas y posteriormente elaborar una propuesta metodológica para el trabajo con la habilidad de relacionar gráficos y propiedades, además de observaciones directas al proceso pedagógico, encuestas aplicadas a profesores y estudiantes, muestreo de planes de clases a docentes y libretas de estudiantes.

Las principales dificultades obtenidas en los estudiantes fueron:

1. Presentan determinadas dificultades al orientarles tareas en las que tienen que determinar propiedades de algunas funciones partiendo de su gráfico.
2. Aún no existe desarrollo de habilidades intelectuales como lo es la que se aborda en este trabajo, lo cual conduce a la no-obtención de un conocimiento profundo del tema de funciones.

Las principales dificultades obtenidas en los profesores fueron:

1. No se le da la debida importancia a la planificación, orientación y ejecución de tareas en las que estén incluidas esta habilidad, a pesar de ser imprescindible en el dominio de importantes operaciones mentales.
2. La metodología aplicada no enseña a operar con la habilidad relacionar gráficos y propiedades de las funciones.
3. La estructura interna vigente hasta el momento de la habilidad en estudio, no fomenta en los alumnos la operacionalización de la misma, por lo que la metodología a seguir por el maestro no es la más eficiente.

Las pruebas de ingreso a la Educación Superior se distinguen, precisamente, por contener preguntas con carácter de problema, orientados además hacia la integración de contenidos de diferentes áreas del conocimiento matemático (Aritmética, Álgebra, Geometría y el Análisis). Precisamente un objetivo a lograr con el desarrollo de este trabajo, la integración del Álgebra y la Geometría, todo lo cual exige no solo dominio de los conocimientos básicos de cada una de estas áreas, sino además flexibilidad de pensamiento y elevado nivel de razonamiento lógico.

Por todo lo antes expuesto, se considera oportuno realizar un estudio de esta habilidad y operacionalizarla, en aras de lograr los resultados esperados. Para ello es necesario además, que el docente cuente con orientaciones específicas para el trabajo con la misma.

En correspondencia con lo anterior, se plantea el siguiente objetivo:

Estructurar una propuesta metodológica que propicie una mejor asimilación de la habilidad relacionar gráficos y propiedades de las funciones en preuniversitario.

Como resultado de esta investigación se presenta una propuesta metodológica dirigida al desarrollo de la habilidad de relacionar gráficos y propiedades de las funciones en preuniversitario.

DESARROLLO

Las habilidades reflejan características esenciales del conocimiento de los alumnos, así como su efectividad y operatividad. El alumno necesita de las habilidades para valorar y analizar diferentes situaciones desconocidas, manifestando el grado de apropiación formal o creador de los conocimientos.

En la bibliografía consultada aparecen reflejadas diversas definiciones de habilidad, entre las que se destacan las siguientes: Petrovski A. (1985); Talizina N. (1992); Brito H.(1989); López M.(1990); Fuentes H. (1990); Álvarez C.(1999); Álvarez R.(1990). Para los psicólogos, y en especial a Petrovski A.: “Las habilidades constituyen el dominio de un complejo sistema de acciones psíquicas y prácticas necesarias para una regulación racional de la actividad con la ayuda de los conocimientos y hábitos que la persona posee”. (Petrovski 1985, p. 159).

Para los didactas como Álvarez C, (1999) constituyen las habilidades un elemento del contenido que expresan un lenguaje didáctico, un sistema de acciones y operaciones para alcanzar un objetivo.

Fuentes H. (1990), define la habilidad como el modo de interacción del sujeto con el objeto, el contenido de las acciones que el sujeto realiza, integrada por un conjunto de operaciones que tienen un objetivo y se asimilan en el propio proceso.

La definición ofrecida por Petrovski, es retomada por Brito H. (1989), con la salvedad de que no tiene en cuenta los hábitos para el dominio de la habilidad.

Danilov y Skatkin(1978), refieren que si la habilidad es conocimiento en acción, el conocimiento tiene una vida útil cuando el alumno es capaz de operar con él para la solución de los problemas escolares y de la vida cotidiana.

Otros autores como Bermúdez R. (1996), conciben las habilidades, los hábitos y las capacidades como niveles de dominio de la instrumentación ejecutora en sus expresiones como acción, operación y en sus relaciones, en función del grado de sistematización alcanzado en cada uno de ellos.

En esta definición, reconocen distinciones en la ejecución en los niveles de manifestación de la instrumentación ejecutora, dejando claro que no toda acción indica una habilidad, esta se reconoce sólo cuando la acción ha logrado un grado de sistematización que conduce a su dominio. Definen la habilidad como acción dominada por parte de la persona.

Mercedes López, considera la habilidad como un sistema complejo de operaciones necesarias para la regulación de la actividad que se encuentra presente, tanto en el proceso de obtención de la información y la asimilación de los conocimientos, como en el uso, expresión y aplicación de estos conocimientos.{López, M. (1990)}. Su definición se relaciona con las posiciones teóricas descritas anteriormente.

Una definición más abarcadora, pero en el mismo sentido discreto, la aporta José Zilberstein al plantear, que la habilidad implica el dominio de las formas de la actividad cognoscitiva, práctica y colaborativa, es decir, “el conocimiento en acción”. Zilberstein J. (1998).

Galina Batúrina (1986), refiere que la habilidad es la capacidad de realizar una operación compleja, integral. Las habilidades representan una actividad creadora y no pueden automatizarse, ya que materializan la disposición de una persona de tomar decisiones y realizarlas de forma creadora en condiciones de la vida que se cambian, se modifican. Las habilidades recogen toda una serie de conocimientos, procedimientos, hábitos, experiencias prácticas y la experiencia del conocimiento del mundo por el hombre.

Al analizar las definiciones de habilidades dadas por los diferentes autores, se concluye que su basamento teórico se fundamenta en la teoría de la actividad iniciada por Vigotski y continuada por Leontiev; en dichas definiciones de forma general, todos tienden a señalar elementos comunes:

- En la base de la habilidad está el conocimiento.
- Se manifiesta a través de la interrelación del sujeto con el objeto.

De estas definiciones se considera conveniente asumir la definición dada por Mercedes López, pues se abordará la estructura interna de la habilidad en cuestión y las acciones que el docente debe dirigir con sus alumnos para el desarrollo de la misma y esta definición lo posibilita.

Autores como Álvarez C. (1999), refiere etapas para el desarrollo de las habilidades que permiten al docente elaborar tareas que van aumentando su nivel de complejidad, en dependencia de los niveles de desarrollo de habilidades que va logrando el estudiante. Estos autores proponen las etapas siguientes:

1. formación de la habilidad: es la etapa de adquisición consciente de los modos de actuar, cuando bajo la dirección del profesor, el alumno recibe la orientación adecuada para garantizar la correcta formación de la habilidad.
2. desarrollo de la habilidad: luego de la adquisición de los modos de acción, se inicia el proceso de ejercitación, de forma que vaya haciéndose cada vez más fácil de reproducir o usar, y se eliminan los errores. Son indicadores de buen desarrollo la rapidez y corrección con que la acción se ejecute.

En el trabajo realizado por los autores Cecilia Castillo y el Dr. Felícito Barreras del IPLAC(1997), aparecen 5 etapas por las que debe transitar el desarrollo de las habilidades:

1. habilidad inicial: el sujeto conoce lo que va a hacer, sigue pasos para la ejecución, pero estos carecen de secuencia y no se corresponden con el sistema de invariantes funcionales que se les presentó.
2. habilidad insuficiente: el sujeto conoce lo que va a hacer y la secuencia de invariantes funcionales que se les presentó, pero no puede ejecutar dichos elementos.
3. habilidad general: el sujeto conoce lo que va a hacer, la secuencia de invariantes funcionales y la utiliza, pero no la ejecuta con todos los elementos correctamente.
4. habilidad desarrollada: el sujeto conoce lo que va a hacer y la secuencia de invariantes funcionales, y es capaz de ejecutar con eficiencia todos los elementos.
5. maestría: el sujeto conoce lo que va a hacer y la secuencia de invariantes funcionales, y la ejecuta a la perfección, aplicándola en condiciones nuevas con eficiencia e independencia.

Se considera que estas etapas pueden ser realizadas para evaluar el proceso por el que transita el alcance de la habilidad por parte del alumno.

Se han establecido diferentes clasificaciones de las habilidades atendiendo a distintos rasgos, pero en términos generales, los didactas como Álvarez C (1992); Fuentes H (1990); Álvarez R (1990) coinciden en la clasificación atendiendo a tres tipos:

- a) propias de la ciencia que son objeto de estudio, como disciplina docente que se concreta en los métodos de trabajo y deben aparecer como contenido del programa.
- b) Habilidades lógicas o intelectuales que contribuyen a la asimilación del contenido de las disciplinas y que son esenciales para el desarrollo del pensamiento lógico.
- c) Habilidades propias del proceso docente-educativo.

Se considera que esta clasificación es bastante abarcadora, pues en ella se incluye desde las habilidades específicas de una asignatura, hasta las profesionales que son comunes a cualquier materia.

Los autores citados refieren que esta clasificación en el proceso docente-educativo no se puede ver de forma aislada; entre ellas existe una estrecha relación, pues unas son el complemento de otras.

Especial significado en el desarrollo general del pensamiento lógico del estudiante, tienen estas habilidades intelectuales. Álvarez R (1990), define como habilidad del pensamiento lógico a las acciones del intelecto en el proceso de cognición, cuya esencia radica en las operaciones lógicas psíquicas del alumno. Las habilidades del pensamiento lógico también tienen por esencia la actividad cognoscitiva.

Esta definición dada por Álvarez R (1990) demuestra que relacionar gráficos y propiedades, habilidad objeto de estudio, se incluye dentro de esta clasificación, pues el proceso de cognición

guarda una estrecha relación con los procesos fundamentales del pensamiento, tales como el análisis, la síntesis, la abstracción-concreción y la generalización.

Las habilidades intelectuales se asocian al desarrollo del pensamiento lógico, incluso algunos autores las denominan habilidades del pensamiento (Álvarez R. M, 1990). Su fundamento radica en que en la base de la operacionalización de las habilidades intelectuales se encuentran los procedimientos lógicos del pensamiento. Para establecer los fundamentos lógicos de las habilidades intelectuales, hay que esclarecer más su relación con los procedimientos lógicos y con las operaciones racionales del pensamiento.

La asimilación de los conocimientos y habilidades condicionan el desarrollo del pensamiento. Nina Talizina aborda este problema a partir de las bases del desarrollo de los procedimientos lógicos del pensamiento en la dirección de la actividad cognoscitiva de los escolares. Plantea: "(...) el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes se realiza en forma general, sin conocer los procedimientos indispensables, su contenido y la sucesión de su formación. Esto trae como consecuencia que el pensamiento lógico se desarrolle en forma espontánea". (Talizina, N. F. 1992 p. 24).

El proceso de desarrollo del dominio de las habilidades requiere de la realización de tareas que incrementen su nivel de complejidad; pero esto no puede entenderse como una simple repetición. "La metodología para el desarrollo de habilidades, supone el conocimiento de las particularidades de cada habilidad, de su estructura interna". (Álvarez, R. 1990 p. 11). Entiéndase como estructura de la habilidad el sistema de acciones y operaciones mediante las cuales se manifiesta el dominio de determinados conocimientos teóricos o empíricos, y con un objeto definido, ya sea resolver un problema, o sencillamente, ejecutar una tarea". (Márquez, A. 1994).

(...) "Denominamos acción al proceso que se subordina a la representación de aquel resultado que habrá de ser alcanzado, es decir, el proceso subordinado a un objetivo consciente". (Leontiev, A. N. 1981 p. 83). Las acciones transcurren por medio de operaciones caracterizadas por Leontiev, como el componente "generador" peculiar, que constituye precisamente, las formas y métodos por cuyo intermedio estas se realizan.

La estructura de las habilidades está compuesta por los siguientes elementos que interactúan en el transcurso de su formación y aplicación según Leontiev (1981):

- La base gnoseológica (conocimiento)
- Componentes inductores (motivos, objetivos)
- Componentes ejecutores (acciones y operaciones)

Si el docente posee conocimientos acerca de la secuencia de operaciones que componen la habilidad, puede instrumentar el sistema de tareas de manera tal que involucren las acciones correspondientes que favorezcan su eficaz ejecución. Esto constituye una estrategia de aprendizaje que permite realizar la acción con calidad y eficiencia, en dependencia del sistema de conocimientos que tenga el estudiante.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las habilidades lógicas, diferentes autores han aportado resultados valiosos, en lo que a su formación y desarrollo se refiere. Entre estos se puede mencionar a Talizina, N. F. (1992), Álvarez, R. (1990) y López, M. (1990).

La premisa teórica fundamental de la cual parten estos autores para organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las habilidades, es la teoría de la actividad humana que tiene como componentes estructurales y funcionales la orientación, la ejecución y el control. En este sentido valoran la importancia del adecuado nivel de orientación que debe tener el estudiante para poder actuar, desarrollar un trabajo activo con el material objeto de estudio, y la presencia del control en el transcurso de la acción.

Se considera oportuno, por tanto, señalar que los estudiantes deben conocer y saber aplicar los conocimientos fundamentales sobre el sistema de operaciones lógicas en que se estructuran las habilidades, lo cual facilitará su actividad cognoscitiva.

El logro de este objetivo dependerá, en gran medida, de la gestión sistemática del docente por conocer y transmitir los elementos teóricos esenciales de las habilidades lógicas en el proceso pedagógico, por medio de la clase.

Las habilidades intelectuales, por su carácter general, encuentran su corrección en los contenidos de las disciplinas y asignaturas, por eso es indispensable que el maestro tenga un dominio de su definición (concepto), y estructura para enseñarlas a los alumnos, con lo cual se logrará que los estudiantes por sí mismos determinen cuál utilizar para darle solución a un problema.

Ejemplo de habilidades matemáticas básicas, en relación con la habilidad general señalada son: demostrar igualdad de figuras, construir triángulos y cuadriláteros, calcular área y perímetros de triángulos, cuadriláteros, relacionar gráficos y propiedades, etc.

Las habilidades básicas a trabajar en preuniversitario son:

- Calcular
- Evaluar
- Simplificar
- Resolver ecuaciones
- Descomponer en factores
- Relacionar gráficos y propiedades de funciones

Estas habilidades pueden caracterizarse señalando los procedimientos que incluyen según Campistrous, Luis (1990):

En el caso específico de la habilidad relacionar gráficos y propiedades se propone:

- Identificar la relación entre el gráfico y la propiedad
- Reconocer el comportamiento en el gráfico
- Concluir sobre la propiedad

Estas habilidades conservan su vigencia debido a su carácter generalizado aunque cada una de ellas amplían su contenido, o sea, que estas acciones no son muy específicas a la hora de operacionalizar esta habilidad tan importante para el alumno, ya que no solo la emplea en Matemática, sino en otras asignaturas; puesto que son acciones muy generales y cada una de ellas pueden contener varias operaciones, lo que el estudiante se siente algo perdido y no se consolida la habilidad.

Para estructurar el sistema de habilidades matemáticas de una unidad temática, se debe seguir la siguiente estrategia (Ferrer, M. 1999):

- La habilidad general de la unidad se determina por el problema esencial a resolver
- Las habilidades matemáticas básicas, como métodos de solución inherentes a la habilidad general, determinan los sistemas de clases(objetos parciales)de la unidad
- Las habilidades a desarrollar en cada clase se determinan de la estrategia para la formación de la habilidad matemática básica en el eslabón didáctico del proceso docente educativo que corresponde
- Las habilidades matemáticas elementales al describir los principales procedimientos que se sistematizan en la habilidad matemática básica pueden constituir o no objetivos de una o varias clases de un sistema
- La motivación y la orientación del alumno hacia la habilidad general y las habilidades matemáticas básicas es la condición primaria para que se oriente y sea asimilada la estructura del sistema de habilidades matemáticas.

Cuando el estudiante llega al preuniversitario debe continuar profundizando en el desarrollo de la habilidad relacionar gráficos y propiedades, que se sistematiza en la Secundaria Básica, por ello es imprescindible que el profesor de este nivel conozca profundamente la teoría y la metodología para su formación, ya que el trabajo del profesor de preuniversitario parte de los niveles de desarrollo logrados en la vida escolar de la enseñanza anterior.

Con respecto a la estructura interna de la habilidad objeto de estudio, no aparece reflejada en ninguna bibliografía consultada, es por ello que en la realización de este trabajo se ofrece como aporte para los docentes tanto de Secundaria Básica como de Preuniversitario.

Para desarrollar la habilidad relacionar gráficos y propiedades de las funciones es necesario dirigir las acciones en dos direcciones fundamentales:

1. Realizar la interpretación geométrica del concepto o la propiedad de la función.

2. Deducir propiedades a partir de la representación gráfica de las funciones.

Para lograr esta habilidad en los estudiantes, el autor propone las siguientes acciones.

1. Para realizar la interpretación geométrica a partir de la definición del concepto o de la propiedad:

- Determinar los elementos que intervienen en el concepto o la propiedad.
- Determinar las relaciones entre estos elementos.
- Analizar qué incidencia tienen estas relaciones para la representación gráfica de la función.
- Determinar el(los) rasgo(s) que permite(n) concluir la existencia y carácter de la(s) propiedad(es) esencial(es)

• Representar la parte de la función según la incidencia de la propiedad.

2. Para deducir propiedades a partir del gráfico de la función:

- Recordar los rasgos esenciales del concepto o la propiedad.
- Identificar en el gráfico el(los) rasgo(s) que refleja(n) la manifestación de la(s) propiedad(es) esencial(es).
- Concluir la propiedad que se refleja en el gráfico.

Se considera la necesidad de operacionalizar esta habilidad por las posibilidades que le brinda al maestro el conocer qué operaciones debe realizar el estudiante en cada acción, lo cual facilita metodológicamente el trabajo con la habilidad(ver esquema # 1).

La comprensión de la esencia de relacionar gráficos y propiedades y de las operaciones que le sirven de base, posibilita al alumno realizarla en forma independiente, pues el conocimiento de un objeto o fenómeno tiene lugar cuando este se ejercita y consolida individualmente, y gracias a ello se penetra en su esencia y se establecen las conexiones correspondientes; por ello, su empleo adecuado contribuye a la consolidación y profundización de los conocimientos.

Por todo lo anterior, se considera que para lograr en el alumno la formación y desarrollo de la habilidad, es necesario tener presentes las acciones antes mencionadas, asegurándose así la obtención de conocimientos más profundos acerca del tema de funciones.

Para terminar con estas observaciones, se destaca que el proceso de desarrollo de habilidades es un proceso cognoscitivo generalizador que transcurre de la misma forma para las diferentes habilidades particulares y que se fundamenta en la teoría de la formación de las acciones mentales por etapas del profesor P. Y. Galperin.

Al dirigir el proceso de formación de la habilidad objeto de estudio, siguiendo los pasos de las etapas del proceso de formación del sistema de habilidades matemáticas de (Ferrer, M. 1990), se sugiere:

- I. Etapa de orientación del sistema de habilidades matemáticas: valorar la importancia que constituye conocer la interpretación geométrica de las propiedades de las funciones para hacer la representación gráfica de ellas y para interpretar el comportamiento de procesos que ocurren en la vida a partir de la representación gráfica de las funciones asociadas a ellas.
- II. Etapa de ejecución del sistema de habilidades: en esta etapa se mostrará la estructura interna de la habilidad. Deben resolverse algunos ejemplos que evidencien regularidades sobre las acciones mentales necesarias para deducir propiedades a partir de la definición de la propiedad.

Por ejemplo:

Ejemplo 1: en el caso de la monotonía de funciones se define:

Una función es monótona creciente (decreciente) si y solo si de $x_1 < x_2$ resulta $f(x_1) < f(x_2)$, $(f(x_1) > f(x_2))$.

Primero se hace un análisis general de la definición al desdoblarla en los dos sentidos:

- Si $x_1 < x_2$ y $f(x_1) < f(x_2)$ entonces f es monótona creciente
- Si f es monótona creciente entonces $x_1 < x_2$ y $f(x_1) < f(x_2)$

Luego se elabora un sistema de preguntas para facilitar las acciones de la estructura interna:

1. ¿Qué elementos de la función son los que se han tenido en cuenta para formular la propiedad?(Observe las premisas): dominio e imagen.
2. Identifique en el gráfico de la función dónde se pueden observar estos elementos(Dominio: ejemplo, eje "x"; Imagen, eje "y")
3. ¿Qué relación entre los elementos anteriores es la que se tiene en cuenta para arribar a conclusiones respecto a la propiedad?(comparación entre dos valores arbitrarios del dominio de la función y comparación entre las imágenes de los valores seleccionados).
4. Si se escogen dos puntos $A(x_0; f(x_0))$ y $B(x_1; f(x_1))$ de una función. ¿Qué es necesario observar en ellos para arribar a conclusiones respecto a la monotonía de la función?¿Cuál de estos puntos estará más abajo al representarlos en el sistema de coordenadas?
5. ¿Cómo puede determinarse la relación entre los elementos que se analizan para la monotonía si lo que tenemos par arribar a conclusiones es el gráfico de la función?
6. ¿Cuál es el comportamiento de estas relaciones para arribar a una conclusión respecto a la monotonía de la función?

Ejemplo 2: en el caso de los ceros de las funciones se define:

En una función f , x_1 es un cero, si y solo si $x_1 \in \text{Dom } f$ y $f(x_1)=0$

Luego se hace un análisis de la definición al desdoblarla en los dos sentidos:

- Si $x_1 \in \text{Dom } f$ y $f(x_1)=0$, entonces x_1 es un cero.
- Si x_1 es un cero, entonces $x_1 \in \text{Dom } f$ y $f(x_1)=0$

Luego se elabora un sistema de preguntas similar al ejemplo 1, pero guiarlo siempre para esta propiedad.

Ejemplos como estos deben desarrollarse para otras propiedades y al finalizar cada análisis debe comentarse con los estudiantes las acciones generales que se han ejercitado en cada ejemplo. De esta forma concluir con la estructura interna dada por el autor.

En esta etapa, también pueden resumirse las acciones en un medio de enseñanza o sugerirle a los estudiantes que lo hagan en una tarjeta para el uso personal en la solución de los primeros ejercicios. Luego se le recomienda que en la medida que vayan memorizando las acciones y automatizando la habilidad pueden prescindir de dicho resumen.

- III. Etapa de perfeccionamiento de la ejecución del sistema de habilidades: en esta etapa es necesario que el alumno cuente con indicadores y su escala correspondiente para que pueda auto-controlarse si las etapas anteriores de la habilidad fueron cumplimentadas. Si esto no es posible, los indicadores pueden ser utilizados por el propio profesor para controlar el aprendizaje de los alumnos. En esta tercera etapa se propone además, un sistema de ejercicios para controlar y evaluar si la aplicación de la propuesta metodológica fue efectiva. Estos ejercicios son ejercicios para el control, con sus cualidades y particularidades para que el alumno llegue a fomentar la habilidad objeto de estudio. No obstante, el profesor también puede utilizar los ejercicios de otras bibliografías.

- Ejercicios para la aplicación del sistema de acciones que contribuirán al desarrollo de la habilidad relacionar gráficos y propiedades :

1. A continuación se proponen sobre funciones racionales:

a) Sombrea en el eje "x" de un sistema de coordenadas dondequiera que exista un elemento del dominio de esta función y en el eje "y" las imágenes.

1ro). $f(x)=x, x \in \mathbb{N}$

2ro). $f(x)= 3x-5, x \geq 1(x \in \mathbb{R})$

3ro). $y=-2x+8, -1 \leq x \leq 5$

4ro). $y= x^2-1$

2. Sabiendo que:

- f es una función lineal
 - su gráfico pasa por los puntos $(-1;5)$ y $(3;-2)$
 - su dominio es $-2 \leq x \leq 3$
- a) haga un esbozo de su gráfico
b) señala en el eje de las “y” dónde se encontraría la imagen de esta función.
c) ¿Tiene ceros?. Exponga las razones que te llevaron a dar tal respuesta.

3. El gráfico siguiente es la representación de una función(ver anexo 1)

- a) ¿Cuál es su dominio?
b) Determine su imagen
c) Determine los ceros. Si no tiene justifique.
d) ¿En qué punto tiene extremos?
e) Analice la monotonía para $x > 1$

4. Una función monótona creciente tiene una asíntota en $x_0 = -3$ y su dominio es $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

- a) ¿Será cóncava o convexa para $x < -3$? Fundamente
b) Si las imágenes de esta función siempre son positivas para $x < -3$. Haga un esbozo del gráfico.
c) ¿Será posible que la función anterior tenga ceros con las condiciones del inciso anterior?

También pueden elaborarse ejercicios donde esta habilidad se relacione con la de resolver ecuaciones e inecuaciones, las que constituirían ejercicios integradores y es una forma importante de sistematizar el conocimiento.

Por ejemplo: dado el gráfico de dos funciones (se especifica que deben estar representadas en un mismo sistema de ejes de coordenadas)

- a) Pedir las coordenadas del punto de intersección
b) ¿Para qué valores del dominio una función tiene mayor imagen que la otra?
c) ¿En qué intervalo tiene la misma monotonía? Indicar qué tipo de monotonía es.

Con ejemplos como este, se manifiesta una relación entre los contenidos de ecuaciones, inecuaciones y funciones, ya que los estudiantes se aprenden estos contenidos por separados y lo ven de forma aislada, por lo que no se dan cuenta de la relación entre ellos. Además, en la integración de estos contenidos, se puede aplicar la propuesta metodológica dada por el autor.

CONCLUSIONES

La presente investigación referida a la propuesta metodológica para el trabajo con la habilidad de relacionar gráficos y propiedades en preuniversitario, asume las siguientes conclusiones.

Los resultados del presente trabajo se caracterizan por haber ofrecido una propuesta metodológica dirigida a lograr una mejor orientación del profesor sobre diferentes variantes que se pueden utilizar para favorecer la formación de la habilidad de relacionar gráficos y propiedades en el preuniversitario, además, se ofrece una propuesta de estructura funcional de la habilidad, que puede contribuir a lograr una mejor orientación del alumno en el trabajo con esta.

La efectividad de esta propuesta metodológica solo puede lograrse con un trabajo metodológico efectivo y sistemático por parte de los docentes.

La habilidad de relacionar gráficos y propiedades, es una habilidad que propicia el desarrollo del pensamiento lógico, que se logra en el proceso de formación y desarrollo de los conocimientos sobre la base del trabajo con el programa director de Matemática, para la formación integral de los estudiantes de preuniversitario.

Este trabajo ha sido presentado en eventos de forum hasta nivel provincial donde fue seleccionado como trabajo relevante, además, de Pedagogía 2005 siendo seleccionado hasta nivel provincial. Se presentó en el segundo encuentro provincial de matemáticos en acción y formación (ENMAF 2004), en la sede pedagógica “José de la Luz y Caballero” de Calito García, obteniendo el primer premio en dicho evento.

BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ DE ZAYAS, CARLOS. La escuela en la vida.—La Habana: Ed. Félix Varela, 1999.—125 p.
- ÁLVAREZ DE ZAYAS, RITA MARINA. El desarrollo de las habilidades en la enseñanza de la Historia.—La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1990.—137 p.
- ANDREIV, I/ Problemas lógicos del conocimiento científico/ Ed. Progreso.—Moscú. 1984
- BALLESTER PEDROSO, SERGIO. Metodología de la Enseñanza de la Matemática (2 tomos).— Ciudad de La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2000.—336 p.
- BATÚRINA, GALINA. El sistema de habilidades y su formación en el proceso de la enseñanza.— La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1996.—321 p.
- BRITO, H. Hábitos, habilidades y capacidades/ En “Revista Varona”# 13, 1989
- CAMPISTROUS, L. Lógica y procedimientos lógicos de aprendizaje/ En “Documentos del CDIP del ICCP”.—La Habana, 1993.
- CASTILLO, C. Modelo pedagógico para la formación y desarrollo de hábitos, habilidades y capacidades/ Cecilia Castillo, Felícito Barreras.—La Habana: IPLAC, 1997.
- Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 3/ Luis Campistrous... [et all].—Ciudad de La Habana, 1989.—302 p.
- FERRER VICENTE, MARIBEL. Cómo dirigir el proceso de formación de habilidades matemáticas/ Maribel Ferrer Vicente.—En “Pedagogía 99, curso 62”.—Ciudad de La Habana, 1999.—18 p.
- JENK, WERNER/ Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2(primer parte).—Ciudad de La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1989.—88 p.
- MÁRQUEZ, A. habilidades; reflexiones y proposiciones para su evaluación/ Centro de estudios de Educación Superior “Manuel F. Gran”.—Santiago de Cuba, 1994.
- Matemática 10mo grado/ Luis Campistrous Pérez...[et all].—2da Edición.—La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1999.—347 p.
- Matemática 12mo grado (parte 1)/ Luis Campistrous Pérez...[et all].—2da Edición.—La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1991.—226 p.
- Orientaciones Metodológicas 11no grado/ Luis Campistrous Pérez...[et all].—La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1992.—198 p.
- POTÁPOV, M. Álgebra y análisis de funciones elementales/ M. PotápoV, V. Alexander, P. Pasichenko.—Moscú, 1986.—592 p.
- TORRES F., PAÚL. La enseñanza de la Matemática en Cuba en los umbrales del siglo XXI: LOGROS Y RETOS.—La Habana: Ed. Pueblo y educación, 2002.
- ZILBERSTEIN, J. ¿ Cómo contribuir al desarrollo de habilidades en los estudiantes desde una concepción didáctica integradora? Desafío escolar/ En “Revista Iberoamericana de Pedagogía. Año 2”.—primera edición especial.—febrero, 1998.
- ZILLWER, W. Complemento metodológico de la enseñanza de la Matemática.—Ciudad de La Habana: Ed. Libros para la Educación, 1981.—49 p.

Esquema # 1: Acciones y operaciones de la habilidad relacionar gráficos y propiedades de las funciones en preuniversitario.

