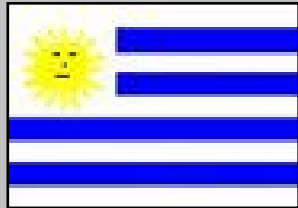


BOLETÍN: "LAS MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA"

Número 25 año 3 20 de MARZO de 2005 URUGUAY

www.matematicaparatodos.com



La evaluación de la “Cultura Matemática” en PISA 2003

Marco conceptual y actividades de las pruebas



Administración Nacional de Educación Pública
(ANEP)

Gerencia de Investigación y Evaluación
2004





PISA Y PISA/OECD son marcas registradas de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OECD)

PRESENTACIÓN

En el año 2003 Uruguay participó por primera vez en un estudio internacional de aprendizajes de los estudiantes, el Proyecto PISA de la OCDE, en el que están involucrados actualmente alrededor de 60 países.

Los primeros resultados de esta evaluación fueron presentados en diciembre de 2004 en París. Simultáneamente, en Uruguay se presentó una primera versión de Informe Nacional, con una visión de los resultados de nuestro país en el contexto de América Latina y en el contexto de países europeos de pequeña escala poblacional, así como un análisis de los resultados al interior de nuestro país según grado cursado por los alumnos, tipos de centros educativos y Plan de Estudio cursado por los alumnos que habían completado el Ciclo Básico obligatorio.

Pero los números no son lo más importante en las evaluaciones. Para comprender los datos numéricos es necesario conocer de dónde salen y qué realidad cualitativa buscan mostrar y describir. Este tipo de evaluaciones no miden “cantidad de conocimientos”, como muchas veces equivocadamente se piensa, sino la cualidad de lo aprendido por los alumnos. Lo que se cuantifica es la cantidad de estudiantes que están en distintos niveles de desempeño.

Para que los números tengan significado es necesario conocer qué fue evaluado y cómo. De lo contrario los números carecen de sentido. Es como obtener el dato de la temperatura en grados Fahrenheit. Si uno no tiene experiencia directa de qué significan 80 o 30 grados en dicha escala, o algún conocimiento para traducir la información a grados centígrados, el dato de temperatura no tienen significado para uno.

Por otra parte, uno de los aportes más importantes que tiene para un país participar en una evaluación como PISA, es provocar la reflexión y el análisis crítico acerca de qué estamos enseñando, cómo lo estamos haciendo, qué esperamos que nuestros estudiantes sean capaces de hacer y cómo los evaluamos. La reflexión de los colectivos docentes sobre estos temas es tanto o más importante que saber en qué lugar está Uruguay en el contexto internacional o como está nuestra educación en comparación con los demás países de América Latina.

Para ello es importante, primero, conocer qué evalúa PISA, cómo define la capacidad de lectura, la cultura científica y la cultura matemática que deberían tener los ciudadanos en las sociedades contemporáneas. En segundo lugar, es importante conocer las actividades y situaciones que se proponen a los alumnos en las pruebas. Conociendo las actividades es posible comprender mejor el marco conceptual, así como el tipo de conocimientos y competencias que se espera que los jóvenes posean al finalizar la educación obligatoria.

Estas publicaciones están dirigidas principalmente a los docentes, con una triple finalidad. Primero, facilitar una mejor comprensión del Proyecto PISA y de lo que éste se propone evaluar. Segundo, propiciar una mejor comprensión acerca de los resultados obtenidos por los estudiantes uruguayos. Tercero, promover la discusión, el intercambio y la reflexión acerca de los modos en que en nuestro país enseñamos y evaluamos a los estudiantes en las áreas consideradas.

Montevideo, diciembre de 2004.

CAPÍTULO 1

La propuesta de PISA para evaluar desempeños en matemática

Durante la mayor parte del siglo pasado el contenido de los planes de estudio en matemática y ciencia estuvo marcado por la necesidad de proporcionar las bases para el entrenamiento profesional de un número pequeño de matemáticos, científicos e ingenieros. Sin embargo, debido al creciente papel que la ciencia, la matemática y la tecnología tienen en la vida moderna, los objetivos de desarrollo personal, ingreso al mundo laboral y de participación activa en la sociedad requieren que todos los adultos, no solo los que aspiran a una carrera científica, sean matemática, científica y tecnológicamente competentes.

El objetivo de la evaluación OCDE/PISA es desarrollar indicadores del grado en el que los sistemas educativos de los países participantes preparan a sus estudiantes de 15 años para asumir el rol de ciudadanos participativos en la sociedad. En lugar de estar limitada por los contenidos curriculares que los estudiantes han trabajado, la evaluación se enfoca en determinar si los estudiantes pueden activar la matemática que han aprendido para resolver propuestas presentadas en situaciones que son frecuentes en la vida cotidiana.

Definición del dominio

El dominio para la cultura matemática en OCDE/PISA se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar ideas de manera efectiva al plantear, formular, resolver e interpretar problemas matemáticos en una variedad de situaciones. La evaluación se enfoca en problemas propios del mundo real, intentando ir más allá de los problemas que típicamente se plantean en las aulas. En la vida los ciudadanos regularmente enfrentan situaciones que requieren de la capacidad de razonamiento cuantitativo o espacial cuando juzgan temas políticos, viajan, llevan sus cuentas personales, cocinan o hacen compras. En estos casos aplicar razonamientos cuantitativos o espaciales u otras habilidades matemáticas puede ayudar a aclarar, formular o resolver un problema. Estos usos de la matemática están basados en destrezas aprendidas y practicadas a través de los problemas que se proponen en el ámbito educativo pero exigen la habilidad para aplicar esas destrezas en contextos menos estructurados, en los que las instrucciones a seguir no son tan explícitas y en los que los estudiantes deben tomar decisiones acerca de qué conocimiento puede ser relevante y cómo puede ser aplicado en forma efectiva.

El concepto de cultura matemática que presenta OCDE/PISA se relaciona con el grado en el que los jóvenes de 15 años pueden ser considerados ciudadanos reflexivos, informados y consumidores inteligentes. Todas las personas se ven enfrentadas cada vez más con una variedad de situaciones que involucran conceptos matemáticos en lo cuantitativo, espacial o de las probabilidades. Por ejemplo, los medios de comunicación (periódicos, revistas, la televisión e Internet) presentan información en forma de tablas, cuadros y gráficos sobre el clima, datos económicos, medicina y deportes, por mencionar algunos temas. Las personas se ven bombardeadas sobre temas como “el calentamiento global y el efecto invernadero”, “crecimiento poblacional”, “derrames de petróleo en el mar”. Por último, pero no menos importante, las personas necesitan leer formularios, interpretar tablas de horarios de medios de transporte, resolver temas relacionados con transacciones de dinero en forma satisfactoria, determinar la compra más conveniente posible en el supermercado, etc. El concepto de cultura matemática en OCDE/PISA se centra en la capacidad de los jóvenes de 15 años (la edad en la que la mayoría de los estudiantes están terminando sus estudios formales de matemática en la enseñanza obligatoria) para usar sus conocimientos matemáticos en darle sentido a estos temas y resolver las situaciones propuestas.

Desde esta perspectiva, OCDE/PISA define la cultura matemática como ***“la capacidad de un individuo para identificar y comprender el rol que las matemáticas juegan en el mundo, para emitir juicios fundamentados y para utilizar e involucrarse con la matemática de forma que se corresponda con las necesidades de su propia vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”***.

Algunos comentarios explicativos pueden ayudar a clarificar esta definición de dominio.

Cultura matemática ...

El término “cultura matemática” ha sido elegido para enfatizar el sentido funcional del conocimiento matemático con un uso profundo y reflexivo, en una gran variedad de situaciones. Es un hecho que para que ese uso sea posible y viable se necesitan gran cantidad de conocimientos matemáticos fundamentales y ciertas habilidades; estas habilidades son parte de la definición de cultura matemática. El concepto de cultura matemática no puede ser reducido, aunque necesariamente presupone, al conocimiento del vocabulario matemático, hechos y procedimientos, así como habilidades en ejecutar ciertas operaciones y aplicar ciertos métodos. La cultura matemática involucra la combinación creativa de estos elementos para dar respuesta a las demandas que imponen las situaciones externas.

... el mundo...

El término “el mundo” hace referencia a la situación natural, social y cultural en la que el individuo vive. Como lo establece Freudenthal (1983): “Nuestros conceptos, estructuras e ideas matemáticas se han inventado como herramientas para organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental”.

... para usar e involucrarse con ...

La expresión “usar e involucrarse con” incluye usar matemática y resolver problemas matemáticos, también implica un involucramiento personal más amplio por comunicarse, relacionarse, evaluar la solución en el contexto original del problema y hasta apreciar y disfrutar de la matemática. Así la definición de cultura matemática equipara el uso funcional de la asignatura en un sentido estricto así como el nivel de preparación para proseguir estudios y apreciar los elementos recreativos y estéticos de la matemática.

... su propia vida ...

La frase “su propia vida” incluye su vida privada, laboral y social con pares y familiares así como su vida como ciudadano integrante de una comunidad.

Una capacidad crucial implícita en este concepto de cultura matemática es la habilidad para ubicarse frente a un problema, formular, resolver e interpretar problemas usando la matemática en una variedad de situaciones y contextos. Los contextos pueden ser desde el puramente matemático hasta los contextos en los que no hay una estructura matemática presente o explícitamente presentada – en la que el que resuelve el problema debe identificar la estructura matemática subyacente. Es importante enfatizar que la definición no solo se refiere al conocimiento matemático a un nivel mínimo, también se relaciona con hacer y usar matemática en situaciones cotidianas o inusuales y desde lo simple hasta lo complejo. La evaluación PISA utiliza y estudia las respuestas de los estudiantes a los ítems presentados para ubicar sus desempeños en una escala de cultura matemática.

La organización del dominio

El marco conceptual de OCDE/PISA proporciona las bases para una evaluación del grado en el que los estudiantes de 15 años pueden manejar la matemática de forma fundamentada cuando se enfrentan a problemas de contexto real o en términos más generales, una evaluación de cuán cultos matemáticamente son los jóvenes de 15 años. Para describir el dominio se deben distinguir sus tres componentes o dimensiones:

- *el contenido matemático* que es abordado por los diversos problemas y preguntas que se plantean,

- *los procesos* que necesitan ser activados para observar y conectar fenómenos con las matemáticas y entonces resolver los problemas propuestos,
- *las situaciones y los contextos* que se utilizarán como fuentes para los estímulos y en los que los problemas serán planteados.

El contenido

PISA toma los contenidos a abordar por las actividades propuestas de amplias áreas de contenido matemático. Tomando en cuenta la literatura sobre la investigación en este tema, y después de un proceso profundo de consenso entre los países de la OCDE, se generó la que sería una base apropiada de contenidos para comparar los desempeños en matemática entre los países. Teniendo en cuenta que PISA busca evaluar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas de la vida, la estrategia fue definir un rango de contenidos usando un enfoque fenomenológico para describir esas estructuras, conceptos o ideas. Esto implica describir el contenido en relación con los fenómenos y el tipo de problemas para el cual fue creado. Este enfoque asegura una focalización de la evaluación consistente con la definición del dominio y aún así cubre un rango de contenidos que incluye lo que típicamente se encuentra en otras evaluaciones y en los planes de estudio de matemática. Si bien esta propuesta no es nueva¹ se han usado varias formas de designar el enfoque y de denominar a las diferentes categorías fenomenológicas. Algunas de las que se han usado son “ideas profundas” o “grandes ideas” o “ideas fundamentales” o “conceptos abarcativos” o “grandes dominios”. En el marco de la evaluación PISA de matemática se le designará como “ideas abarcativas”. Hay muchas ideas matemáticas que se pueden considerar abarcativas. La literatura del tema se refiere por ejemplo a patrones, cantidades, incertidumbre, formas, variación, conteo, razonamiento y comunicación, movimiento y cambio, simetrías y regularidad. En acuerdo y teniendo en cuenta lo anterior, los países de miembros de la OCDE establecieron que la evaluación se desarrollaría sobre la base de las siguientes cuatro áreas de contenido:

Espacio y forma: se relaciona con los fenómenos espaciales y geométricos y las relaciones, tomado del plan de estudios de la geometría. Trabajar en esta área de contenido requiere buscar semejanzas y diferencias al analizar los componentes de diferentes formas, reconocer patrones y figuras en diversas representaciones y diversas dimensiones así como entender las propiedades de objetos geométricos y de sus posiciones relativas. El estudio de la formas favorece el aprender a conocer, explorar y conquistar para vivir, respirar y moverse con mayor conocimiento en el espacio en el que vivimos (Freudenthal, 1973).

Cambio y relaciones: involucra manifestaciones matemáticas del cambio tanto como relaciones funcionales y dependencia entre variables; está muy cercano al álgebra. El pensamiento funcional -esto es el pensamiento en términos de y sobre relaciones entre variables de uno o varios fenómenos_ es un objetivo importante de la enseñanza de la matemática. Las relaciones matemáticas pueden ser expresadas mediante fórmulas, ecuaciones, inecuaciones o gráficos, pero las relaciones de una naturaleza más general (por ejemplo equivalencia, divisibilidad, inclusión, por mencionar solo algunas) también son relevantes. Las relaciones se pueden expresar por medio de una variedad de representaciones, como por ejemplo de tablas, de expresiones simbólicas, algebraicas, gráficas y geométricas. Puesto que diversas representaciones pueden responder a diversos propósitos y tener diferentes características, la traducción entre representaciones es a menudo de importancia capital cuando se trata de resolver actividades matemáticas.

Cantidad: esta idea se enfoca en la importancia de la cuantificación para entender y organizar el mundo; involucra fenómenos numéricos así como relaciones y patrones cuantitativos. Se relaciona con comprender el concepto de tamaño relativo, reconocer patrones numéricos y el uso de números, de representar cantidades y propiedades cuantificables de objetos del mundo real (operaciones y medidas). Además se ocupa del procesamiento y de la comprensión de los números que se representan de diferentes maneras. Un aspecto importante de este grupo de contenidos es el razonamiento cuantitativo que implica tener sentido del número, comprensión

¹ Hay dos publicaciones bien conocidas que describen los contenidos matemáticos con este enfoque: *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (Steen, 1990) y *Mathematics: The science of patterns* (Devlin, 1994).

del significado de las operaciones, el cálculo mental y la estimación. La rama de la matemática más comúnmente asociada a este agrupamiento de contenidos es la aritmética.

Incertidumbre: la actual “sociedad de la información” ofrece abundantes datos que pueden ser presentados en forma exacta, científica, con un grado de incertidumbre conocido. Sin embargo en la vida cotidiana se presentan fenómenos de resultados inciertos, problemas de mercado, pronóstico de clima poco fiables, predicciones de crecimiento de población poco consistentes, modelos económicos que no se ajustan a la realidad y otros fenómenos que nos demuestran cuán incierto es el mundo. Este contenido involucra los fenómenos y las relaciones de probabilidades y estadísticas que llegan a ser cada vez más relevantes en la sociedad de la información y que son temas de los planes de estudio en matemática. Las actividades y conceptos específicos de este contenido son la recolección de datos, el procesamiento y análisis de los mismos, su visualización, la probabilidad de ocurrencia de los fenómenos y la inferencia.

La evaluación en matemática de PISA generó una escala para comparar niveles de desempeño de los estudiantes en cada una de estas cuatro áreas de contenido. Al divulgar por separado el desempeño de los estudiantes en cada una de cuatro áreas matemáticas, PISA reconoce que los diversos sistemas educativos eligen dar diversos énfasis a distintos aspectos al construir sus planes de estudio y programas nacionales. Esto permite que sitúen sus prioridades nacionales a la luz de las opciones hechas por otros países. También favorece que determinen en qué medida el nivel y el crecimiento del conocimiento y de las habilidades matemáticas ocurre uniformemente a través de estos sub-dominios conceptuales bien diferenciados.

Los procesos

La evaluación PISA en matemática estudia las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar las ideas matemáticas en forma efectiva al enfrentarse a problemas que se contextualizan en el mundo real. Este tipo de actividades requieren de los jóvenes identificar las características de la situación problemática y activar las habilidades matemáticas que han desarrollado para solucionarlo. Para hacerlo necesitan ingresar en un proceso de matematización que tiene varias etapas:

- Comienza con un problema de contexto real, los estudiantes deben analizarlo según los conceptos matemáticos de que dispongan e identificar los conceptos matemáticos relevantes presentes en el problema.
- Progresivamente se alejan del contexto real del problema a través de la aplicación de procesos como planteo de hipótesis, generalizaciones y formalizaciones que promueven formas útiles de representar el problema; traducen desde el lenguaje del problema a lenguaje simbólico, formal o gráfico todo esto apuntando a entenderlo y expresarlo matemáticamente; encuentran regularidades y patrones y ligándolos a problemas conocidos o a otras formulaciones matemáticas familiares identifican o imponen un modelo matemático conveniente.
- Una vez que el problema se haya expresado en una forma familiar o en una forma matemática propicia el estudiante usará sus conocimientos, conceptos y habilidades matemáticas específicas para resolverlo. Esto puede involucrar cálculos, usar lenguaje simbólico, cambiar entre las representaciones, razonar lógicamente, generalizar, etc.
- Los pasos finales en el proceso de matematización implican la traducción del resultado matemático en una solución que contemple el contexto original del problema, la revisión de la pertinencia y la aplicabilidad de la solución, o sea una reflexión sobre los resultados y la posterior comunicación de los mismos, que puede exigir una justificación o demostración.

Las competencias

Un individuo que se enfrenta con éxito a un proceso de matematización en una variedad de contextos extra e intra matemáticos y que involucran variadas ideas abarcativas necesita haber desarrollado ciertas habilidades matemáticas que, combinadas, pueden ser interpretadas como la competencia en el área. Cada una de las habilidades involucradas puede estar desarrollada en el individuo a diferentes niveles. Para identificarlas y evaluarlas PISA decidió usar ocho competencias matemáticas específicas identificándolas como las involucradas en los procesos

de matematización: pensamiento y razonamiento; argumentación; comunicación; modelización; resolución de problemas; representación; uso de lenguaje simbólico, formal y técnico y aplicación de las operaciones.

PISA no intenta elaborar actividades que evalúen las competencias anteriores en forma individual. Hay superposiciones entre sus definiciones y al trabajar en matemática es comúnmente necesario evocar simultáneamente varias de las competencias específicas mencionadas. Por lo tanto cualquier intento de evaluarlas individualmente resultaría en actividades muy artificiales y una compartimentación del dominio definido por PISA. Es necesario crear una estructura para describir e informar de forma productiva las capacidades de los estudiantes, así como sus debilidades en matemática, desde una perspectiva internacional. Una forma de lograrlo de manera comprensible y manejable es describir agrupamientos de competencias basados en el tipo de demanda cognitiva necesaria para resolver diferentes problemas matemáticos.

Los agrupamientos de Competencias

PISA ha acordado describir las actividades cognitivas que estas competencias involucran en tres agrupamientos de competencias: el agrupamiento de *reproducción*; el agrupamiento de *conexiones*; y el agrupamiento de *reflexión*.

El agrupamiento de *reproducción* se pone en juego al resolver aquellos ítems que son relativamente familiares. Involucra la reproducción de conocimiento aprendido y practicado. Incluye los procedimientos valorados en muchas evaluaciones estandarizadas, así como en estudios internacionales comparativos, implementados principalmente en formato de elección múltiple. Este agrupamiento comprende el conocimiento de hechos y de formas comunes de representación en matemática, el reconocimiento de equivalencias, la retención memorística de objetos y propiedades matemáticas familiares, la aplicación de procedimientos de rutina, de algoritmos estándar y la manipulación de expresiones que contienen símbolos y fórmulas estándar.

El agrupamiento de *conexiones* se construye sobre la base del anterior al resolver problemas no rutinarios pero que aún involucran contextos familiares. Las actividades asociadas con este agrupamiento requieren alguna evidencia de integrar y conectar conceptos de las ideas abarcativas; implican mayores demandas en interpretación, y requieren trabajar con diversas representaciones del problema o conectar diferentes aspectos de la situación para desarrollar una solución. A pesar de que las actividades asociadas a este agrupamiento no son rutinarias requieren grados de conceptualización o matematización relativamente bajos.

El agrupamiento de *reflexión* requiere elementos de pensamiento reflexivo de parte del estudiante acerca de los procesos necesarios para resolver el problema. Se relaciona con las habilidades del estudiante para planear estrategias de solución e implementarlas en problemas complejos con varios elementos. En este tipo de agrupamiento se requiere que los alumnos matematicen o conceptualicen situaciones, es decir, que reconozcan y extraigan la matemática incluida en la situación y que la empleen para resolver el problema, para analizar, interpretar, desarrollar sus propios modelos y estrategias, así como para presentar argumentos matemáticos incluyendo demostraciones y generalizaciones. Este agrupamiento supone el pensamiento crítico, el análisis y la reflexión. Los alumnos no sólo deberían ser capaces de resolver problemas, sino también de plantearlos, de expresar las soluciones adecuadamente y de reconocer la naturaleza de la matemática como ciencia.

Las situaciones y los contextos

Como en las evaluaciones anteriores de PISA, los ítems consisten en varias piezas de información escrita con una introducción, una serie de preguntas al problema y el tipo de respuesta requerida. El tema del estímulo presenta una situación que los estudiantes de 15 años pueden enfrentar, y a partir del cual será necesaria la activación de sus conocimientos, comprensión o habilidades matemáticas útiles para analizar y resolver la situación. Las situaciones involucran contextos personales, educativos u ocupacionales, de orden público o científico.

Las situaciones personales incluyen contextos que se relacionan directamente con las actividades cotidianas de los estudiantes. Estas se relacionan con la forma en la que un problema matemático afecta al individuo y con la forma que el individuo percibe el contexto del problema. Estas situaciones en general requieren de un alto grado de interpretación como camino a resolver el problema.

Las situaciones de corte educativo se refieren a contextos que son frecuentes en la vida de un estudiante en el centro de estudio o en un ambiente laboral. Estas atienden a la forma en que un centro educativo o lugar de trabajo podrían requerir que un estudiante o un empleado se enfrente a un problema que implica una solución matemática.

Las situaciones públicas incluyen contextos que requieren de los estudiantes observar un cierto aspecto de su entorno. Éstas son situaciones generalmente situadas en la comunidad y se basan en la forma que los estudiantes entienden las relaciones entre los elementos de su entorno. Requieren que el estudiante active su entendimiento matemático, conocimientos y habilidades para evaluar aspectos de una situación externa que puede tener alguna consecuencia relevante para la vida pública.

Las situaciones científicas son más abstractas y pueden involucrar la necesidad de entender un cierto proceso tecnológico, una situación teórica, o un problema explícitamente matemático. El marco de matemática para la evaluación PISA incluye en esta categoría a las situaciones matemáticas relativamente abstractas con las cuales los estudiantes se enfrentan con frecuencia en una clase de matemática; consisten enteramente de elementos matemáticos explícitos sin poner el problema en un contexto más amplio.

Estas situaciones difieren en términos de cuán directamente el problema afecta la vida de los estudiantes y además en cuán explícitos son los aspectos matemáticos involucrados.

La construcción de las pruebas PISA

Los ítems fueron contruidos para cubrir las diferentes dimensiones del marco de la evaluación PISA. Durante el proceso de desarrollo de las actividades, expertos de los países participantes han realizado un análisis cualitativo de cada ítem y desarrollado descripciones de las demandas cognitivas de cada uno con el fin de generar una breve descripción acerca de lo requerido de los estudiantes y las competencias específicas que se evocan en su resolución (véase Tabla 1).

Los ítems tienen una variedad de formatos. En muchos casos a los estudiantes se les solicitaba que elaboraran una respuesta en sus propias palabras para preguntas basadas en los textos dados. En otros casos se les solicitaba a los alumnos que escribieran los cálculos que le permitían llegar a la respuesta con el fin de mostrar alguno de sus métodos y procesos de pensamiento puestos en marcha para producir la respuesta. Estos ítems de respuesta abierta construida no podían ser codificados mecánicamente, por lo tanto requirieron la codificación de respuestas por correctores entrenados que asignaron las respuestas producidas a categorías definidas. La tarea de corrección y codificación de respuestas debía asegurar consistencia, confiabilidad y comparabilidad a través de los diferentes países. Para lograrlo se contó con detalladas guías de corrección, entrenamiento de los correctores y controles nacionales e internacionales de consistencia a las codificaciones asignadas a las respuestas.

Otros ítems requerían una respuesta construida pero restringida; la respuesta era dada con un número o un enunciado corto que se evaluó con criterios establecidos y precisos.

También se usaron ítems de opción múltiple que se codificaron automáticamente.

Figura 1 - Distribución de los ítems de matemática

Según competencias		Según contenidos	
Reproducción	26	Espacio y forma	20
Conexiones	40	Cambio y relaciones	22
Reflexión	19	Cantidad	23
		Incertidumbre	20
Total	85	Total	85
Según situaciones o contextos		Según tipo de ítem	
Personal	18	Opción múltiple	17
Educacional/ocupacional	20	Opción múltiple compleja	11
Público	29	Respuesta construida restringida	13
Científico	18	Respuesta construida abierta	44
Total	85	Total	85

CAPÍTULO 2

La escala de puntajes en Matemática

En el ciclo Pisa 2003 se utilizaron 85 ítemes para evaluar cultura matemática que se agruparon en subconjuntos organizados teniendo en cuenta las competencias a las que apelan y el área de contenido matemático que abordan. Cada uno de estos subconjuntos estaba pensado de modo que ocupara media hora resolverlo. A cada estudiante se le entregó un librillo compuesto por 4 de esos subconjuntos de actividades. Estos se rotaron dentro de los librillos, combinándolos de manera de asegurar que cada ítem apareciera en la misma cantidad de librillos de prueba y que cada subconjunto apareciera en cada una de las cuatro posibles posiciones en los librillos. En total cada alumno participó en la evaluación respondiendo a uno de los librillos con un tiempo de aplicación de 2 horas.

Este diseño hace posible usar modelos actuales de análisis de respuestas para estimar en forma simultánea la habilidad de los estudiantes que son evaluados en PISA y la dificultad de los ítemes aplicados. De esta forma se ubican los valores de habilidad del estudiante y de dificultad del ítem en una misma escala.

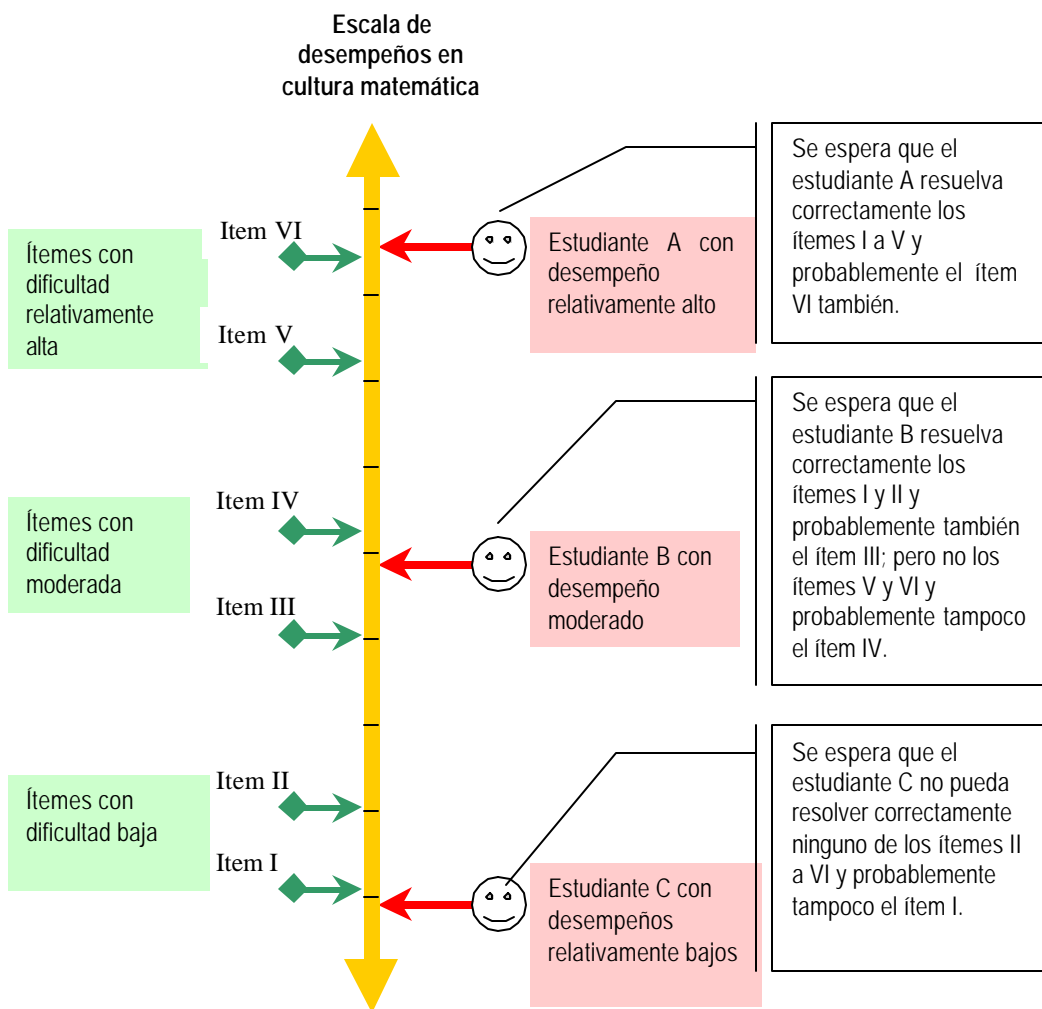
La habilidad relativa de los estudiantes que responden una prueba en particular es estimada considerando la proporción de ítemes que responden en forma correcta teniendo en cuánta la dificultad de los mismos. La dificultad relativa de los ítemes de una prueba es estimada considerando la proporción de personas que responden cada ítem correctamente. El modelo matemático que usa PISA para analizar los datos, denominado Teoría de Respuesta al Ítem (TRI), implementa procesos iterativos que estiman simultáneamente la probabilidad de que una persona en particular responda en forma correcta a un ítem de una prueba y la probabilidad de que un determinado ítem de una prueba sea respondido en forma correcta por una determinada persona. El resultado de estos procedimientos es un conjunto de parámetros que permiten definir una escala continua que genera una métrica para la cultura matemática. En esa escala es posible estimar la ubicación de un estudiante en particular, a través del nivel de cultura matemática que demuestra en la prueba y también es posible estimar la ubicación de ítemes individuales a través del nivel de cultura matemática que requiere resolverlos.

Las escalas TRI no tienen un cero absoluto ni un máximo. El punto de referencia de la escala es la media (500 puntos). Esto significa que un estudiante con 490 puntos es un alumno con un desempeño en el promedio, un estudiante que obtiene 650 puntos tiene un desempeño destacado y un estudiante con 340 puntos tiene un desempeño pobre.

Para facilitar la interpretación de los puntajes asignados a los estudiantes, la escala PISA fue construida con una media de 500 puntos y desvío estándar 100 para los países de la OCDE y ponderado de manera que estos países contribuyen de igual forma; aproximadamente dos tercios de los estudiantes de estos países logran entre 400 y 600 puntos.

Para facilitar la interpretación de la escala se construyen los denominados “niveles de desempeño”, que corresponden a tramo de la escala. En Matemática en 2003 se establecieron seis niveles de desempeño constituidos por agrupamientos de ítems de dificultad ascendente con el Nivel 6 como el más alto y Nivel 1 el más bajo.

Figura 2



Los niveles más altos corresponden a los alumnos más competentes y a los ítems más difíciles. Los estudiantes en estos niveles tienen una alta probabilidad de responder correctamente todos los ítems. Los estudiantes en los niveles intermedios tienen alta probabilidad de responder los ítems de dificultad media, una más alta probabilidad de responder los ítems más fáciles, una menor probabilidad de responder los ítems más difíciles. Los estudiantes en los niveles más bajos sólo pueden responder ítems fáciles y tienen baja probabilidad de responder correctamente a los ítems de dificultad media o alta.

Descripción de los seis niveles de desempeño en matemática

La competencia matemática en cada uno de los seis niveles se puede entender a partir de las descripciones de la clase de habilidad matemática que un estudiante necesita para resolver las actividades de cada nivel que se resumen en el cuadro que figura a continuación. Estas descripciones se desarrollan con más detalle para cada una de las áreas de contenido matemático en los capítulos que siguen.

La creación de los 6 niveles permite ubicar a los estudiantes con un mismo rango de puntajes en una misma franja de desempeños. PISA aplica el siguiente criterio para asignar a los estudiantes a su nivel: cada estudiante es asignado al nivel más alto para el cual se espera que responda en forma correcta a la mayoría de los ítems de ese nivel.

Así, por ejemplo, en una prueba compuesta por ítems que se distribuyen uniformemente a lo largo del Nivel 3 (con un rango de dificultad entre 483 y 544 puntos) se espera que todos los estudiantes asignados a ese nivel resuelvan correctamente al menos el 50% de sus ítems. Se espera que un estudiante ubicado cerca del borde superior del nivel (con 483 puntos) resuelva correctamente más del 50% de los ítems. Para que esto se cumpla, un estudiante con 483 puntos tiene que tener al menos 50% de probabilidad de responder correctamente a un ítem en el centro de la escala del Nivel 3 (ubicada en 513 puntos) y por lo tanto tener más del 50% de probabilidad de resolver correctamente un ítem con su puntaje de 483 puntos. Esta última probabilidad debe ser 62% para que se cumplan estas condiciones.

La Figura 3 describe cada uno de los niveles, establece a qué puntajes corresponde cada nivel e informa qué porcentaje de los estudiantes de los países de la OCDE y de Uruguay quedaron ubicados en cada nivel.

Resultados por área de contenido

Los resultados 2003 de la evaluación en matemática de PISA se divulgan sobre cuatro escalas referentes a las áreas de contenido descritas antes. Los desempeños de los estudiantes en las cuatro escalas, junto con los ejemplos de las actividades asociadas a esas áreas de contenido, permiten presentar un perfil de la habilidad matemática de los estudiantes en la evaluación PISA.

Para ello se elaboró un mapa con los ítems para llegar a buscar los factores que se asocian a la dificultad del ítem. Muchos de esos factores reflejan las variables que son centrales a las consideraciones usadas en la discusión del marco de la evaluación en matemática para PISA. Los patrones que emergen permiten describir los aspectos matemáticos que se asocian a varias localizaciones a lo largo de la escala continua de habilidad. Por ejemplo, los ítems más fáciles son todos del agrupamiento de competencia de *reproducción*. También es posible observar que los ítems que se han caracterizado como pertenecientes al agrupamiento de *reflexiones* tienden a ser más difíciles que los ítems del agrupamiento de *conexiones*, aunque estos cubren una gran parte del espectro de desempeños que se analizan a través de esta evaluación. Los procesos definidos en el marco de la evaluación PISA en matemática se comportan bien diferenciadamente en los diferentes niveles de desempeño tal como se había previsto en dicho marco.

Los ítems que se ubican al inicio de la escala son simples, los contextos a los que hacen referencia son relativamente familiares, requieren una limitada interpretación de la situación y van dirigidas al uso del conocimiento matemático bien conocido en situaciones familiares. Algunas actividades típicas exigen leer un valor directamente de un gráfico o de una tabla, realizar un cálculo aritmético simple, ordenar un pequeño conjunto de números, contar objetos familiares, calcular un cambio simple de moneda.

Figura 3
Resumen de la descripción de los seis niveles de desempeño en cultura matemática

Nivel	Cultura matemática	% estudiantes
6 669 puntos o más	En el nivel 6 los estudiantes pueden conceptualizar, generalizar y utilizar la información basada en sus investigaciones así como modelizar complejas situaciones problema. Pueden relacionar diversas fuentes y tipos de representación de información y traducir entre ellas. Los estudiantes a este nivel son capaces de aplicar pensamiento y razonamiento matemático avanzado junto con un dominio de las operaciones matemáticas simbólicas y formales para desarrollar nuevos acercamientos y estrategias para enfrentarse a resolver situaciones nuevas. El estudiante a este nivel puede formular y comunicar en forma precisa sus acciones y reflexiones con respecto a sus interpretaciones, discusiones y resultados y a la pertinencia de éstos a las situaciones originales.	OCDE % Uruguay %
5 607 a 668 puntos	En el nivel 5 los estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de resolución de problemas para aplicar a los problemas complejos relacionados con estos modelos. Los estudiantes a este nivel pueden aplicar estrategias usando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, representaciones relacionadas entre si, expresiones simbólicas y formales y la visión matemática correspondiente a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones, formular y comunicarse explicando su razonamiento e interpretaciones.	OCDE % Uruguay %
4 544 a 606 puntos	En el nivel 4 los estudiantes pueden trabajar con eficacia en modelos explícitos para situaciones complejas concretas que pueden involucrar restricciones o la necesidad de plantear supuestos. Pueden seleccionar e integrar diversas representaciones, incluyendo simbólicas, relacionándolas directamente con aspectos de situaciones del mundo real. Los estudiantes a este nivel pueden utilizar habilidades de pensamiento bien desarrolladas y razonar flexiblemente en estos contextos. Pueden construir y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones.	OCDE % Uruguay %
3 482 a 543 puntos	En el nivel 3 los estudiantes pueden ejecutar procedimientos claramente descritos, incluyendo los que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias simples de resolución de problemas. Los estudiantes a este nivel pueden interpretar y utilizar representaciones basadas en diversas fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. Pueden desarrollar respuestas cortas para comunicar sus interpretaciones y resultados.	OCDE % Uruguay %
2 420 a 481 puntos	En el nivel 2 los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en los contextos que requieren inferencia no más que directa. Pueden extraer la información relevante de una sola fuente y hacer uso de un solo modo de representación. Los estudiantes a este nivel pueden aplicar algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones. Son capaces de razonar directamente y de hacer interpretaciones literales de los resultados.	OCDE % Uruguay %
1 358 a 419 puntos	En el nivel 1 los estudiantes pueden responder preguntas que involucren contextos familiares donde está presente toda la información relevante y las preguntas están planteadas directamente. Pueden identificar la información y realizar procedimientos rutinarios según instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar las acciones que son obvias y que se desprenden directamente de los estímulos dados.	OCDE % Uruguay %

En los capítulos que siguen se presentan varios de los ítemes propuestos a los estudiantes con un análisis del significado de los resultados. Con el fin de ubicar estos ítemes, en relación a los niveles de desempeño descritos antes, se presenta a continuación la Figura 4 con el agrupamiento de competencia y área de contenido a la que se asocian. En el caso de los ítemes abiertos de respuesta construida, las respuestas dadas por los estudiantes pueden ser completas y reciben *crédito completo* o pueden ser valoradas como de *crédito parcial*. A eso se deben las diferencias de puntajes, que figuran en la tabla, para una misma pregunta de un mismo ítem.

Figura 4 - Mapa de ítemes

<i>Nivel</i>	<i>Espacio y forma</i>	<i>Cambio y relaciones</i>	<i>Cantidad</i>	<i>Incertidumbre</i>
Nivel 6	(687 puntos) Carpintero Pregunta 1	(723 puntos) Caminar Pregunta 3 Crédito completo		(694 puntos) Robos Pregunta 1 Crédito completo
Nivel 5		(666 puntos) Caminar Pregunta 3 Crédito parcial (611 puntos) Caminar Pregunta 1		(620 puntos) Puntajes Pregunta 1
Nivel 4		(605 puntos) Caminar Pregunta 3 Crédito parcial (574 puntos) Crecer Pregunta 3	(586 puntos) Tasa de Cambio Pregunta 3 (570 puntos) Patineta Pregunta 2 (554 puntos) Patineta Pregunta 3	(577 puntos) Robos Pregunta 1 Crédito parcial (565 puntos) Exportaciones Pregunta 2
Nivel 3	(503 puntos) Dados Pregunta 2	(525 puntos) Crecer Pregunta 2 Crédito completo	(496 puntos) Patineta Pregunta 1 Crédito completo	
Nivel 2	(421 puntos) Escalera Pregunta 1	(420 puntos) Crecer Pregunta 2 Crédito parcial	(464 puntos) Patineta Pregunta 1 Crédito parcial (439 puntos) Tasa de Cambio Pregunta 2	(427 puntos) Exportaciones Pregunta 1
Nivel 1			(406 puntos) Tasa de Cambio Pregunta 1	
Debajo del Nivel 1				

A modo de ejemplo, la Pregunta 1 del ítem *Tasa de Cambio* presenta a los estudiantes la cotización para cambiar dólares de Singapur (SGD) en Rands surafricanos (ZAR) con el siguiente dato: $1 \text{ SGD} = 4.2 \text{ ZAR}$. La pregunta requiere que los estudiantes apliquen el dato para convertir 3000 SGD en ZAR. El dato se presenta a través de una ecuación sencilla y el proceso matemático requerido es directo y razonablemente obvio.

En las preguntas 1 y 2 del ítem *Cubos* se presentan a los estudiantes los diagramas de formas tridimensionales armadas con cubos pequeños y se les pide contar (o calcular) el número de cubos pequeños usados para construir formas más grandes.

En el centro de la escala los ítems requieren sustancialmente más interpretación; con frecuencia las situaciones son relativamente desconocidas o poco practicadas. Exigen a menudo el uso de diversas representaciones de la situación, incluyendo representaciones matemáticas más formales y la reflexión sobre esas diversas representaciones para entender y facilitar el análisis. Implican muchas veces una cadena de razonamiento o una secuencia de pasos de cálculo y pueden requerir describir el razonamiento aplicado con una explicación simple. Las actividades típicas son interpretar un sistema de gráficos relacionados; interpretar un texto; relacionar el enunciado con la información en una tabla o un gráfico; extraer la información relevante y ejecutar algunos cálculos; usar conversión de unidades de medida para calcular distancias en un mapa; usar el razonamiento espacial y el conocimiento geométrico para realizar cálculos de distancias, de velocidad y de tiempo.

Por ejemplo, el ítem *Creecer* presenta a los estudiantes un gráfico de la altura media de varones jóvenes y otro de mujeres jóvenes de entre 10 a 20 años. La pregunta 2 de *Creecer* pide que los estudiantes identifiquen el período en sus vidas en que las mujeres son más altas que los varones de la misma edad. Los estudiantes tienen que interpretar los gráficos para entender exactamente qué es lo que presentan; tienen que relacionar los gráficos entre sí e identificar el período especificado y finalmente leer exactamente los valores relevantes del eje horizontal. La pregunta 3 de la misma actividad pide a los estudiantes que den una explicación escrita de cómo el gráfico muestra una disminución en la razón de crecimiento para las jóvenes después de una cierta edad. Para contestar con éxito a esta pregunta, los estudiantes primero deben entender cómo es mostrada la razón de crecimiento en el gráfico, deben identificar qué está cambiando en el gráfico en ese punto específico en comparación al período anterior y deben poder escribir una explicación clara de sus ideas.

En la zona más alta de la escala se ubican los ítems que implican cierto número de variables y requieren niveles más altos de interpretación. Los contextos son típicamente desconocidos por lo tanto requieren de un cierto grado de reflexión y de creatividad. Las preguntas exigen generalmente una respuesta argumentativa en forma de explicación. Los procesos típicos son interpretar datos complejos y poco familiares; identificar una construcción geométrica ante una situación compleja del mundo real; usar procesos de modelización matemática.

Los ítems ubicados en esta parte de la escala tienen varios elementos, variables o datos a ser relacionados por los estudiantes y el acierto en establecer esa vinculación requiere en general de la aplicación de estrategias de varias etapas. Por ejemplo, la pregunta 1 del ítem *Robos* brinda a los estudiantes un gráfico de barra que representa el número de robos por año en dos años diferentes y la declaración de un periodista de televisión que interpreta el gráfico que se da. Se pregunta a los estudiantes si consideran que la declaración del periodista es una interpretación razonable del gráfico y que expliquen por qué lo consideran así. El gráfico en sí mismo es un poco inusual porque no muestra los datos referidos al origen de coordenadas por lo que requiere de cierta interpretación; la declaración del periodista se debe interpretar exclusivamente en lo referente al gráfico. Se debe aplicar cierta comprensión y razonamiento matemáticos para dar un significado conveniente a la frase "interpretación razonable" en este contexto. Finalmente, la conclusión se debe expresar en una clara explicación escrita. Los jóvenes de 15 años generalmente encuentran este tipo de secuencia de pensamiento muy desafiante.

Otro ejemplo de actividad planteada en la evaluación PISA es la Pregunta 2 del ítem *Latidos del corazón* que presenta a los estudiantes las fórmulas matemáticas que relacionan el ritmo cardíaco máximo recomendado para una persona y su edad en una situación de práctica de

ejercicio físico. La pregunta pide a los estudiantes que transformen la fórmula apropiadamente, bajo una condición dada. Es necesario interpretar la situación, las fórmulas matemáticas, la condición que varía y generar una fórmula modificada que satisfaga la condición dada. Este sistema complejo de variables vinculadas demostró ser muy retador.

De acuerdo con los patrones observados cuando se investiga el conjunto completo de ítemes de esta manera es posible caracterizar el crecimiento del desempeño a lo largo de la escala matemática de PISA. Esta caracterización se realiza a través de una descripción de las formas en que los procesos y las competencias matemáticas se asocian a los ítemes ubicados en diferentes puntos a lo largo de la escala.

La dificultad creciente del total de los ítemes de la evaluación PISA en matemática se asocia con:

- el tipo y grado de interpretación y de reflexión necesarias en su resolución. Esto incluye la naturaleza de las demandas debidas al contexto del problema; el punto hasta el cual la matemática necesaria para resolver el problema es explícita o es necesario que los estudiantes impongan su propia construcción matemática ante el problema y el grado hasta el cual se requiere de interpretación, razonamiento complejo y generalización
- la clase de habilidades de representación que sean necesarias. Esto incluye desde los problemas en los que se utiliza solo una forma de representación a los problemas en los que los estudiantes tienen que trabajar con diversas formas de representación o en los que ellos deben seleccionar la apropiada por sí mismos.
- la clase y el nivel de complejidad matemática requerida. Se refiere a los problemas de una etapa de solución, que exigen reproducir hechos matemáticos básicos y ejecutar cálculos simples, hasta los problemas en varias etapas que implican un conocimiento matemático más avanzado, la toma de decisiones complejas, tratamiento de la información así como habilidades para resolver problemas y modelizar en matemática.
- la clase y el grado de argumentación matemática requerida. Esto incluye desde los problemas en los que justificar la respuesta no es necesario en absoluto, a los problemas donde los estudiantes pueden responder en base a argumentos bien conocidos, hasta los problemas donde tienen que justificar matemáticamente la respuesta o entender una argumentación dada o juzgar la corrección de justificaciones o demostraciones dadas.

En los capítulos que siguen se analizan en detalle y se presentan ítemes correspondientes a los distintos niveles de desempeño en las áreas de contenido.

CAPÍTULO 3

Desempeño de los estudiantes en la escala “espacio y forma”

Un cuarto de las actividades matemáticas presentadas a los estudiantes en la evaluación PISA se relaciona con los fenómenos y las relaciones geométricas.

En PISA 2003 solo una pequeña proporción de los jóvenes de 15 años - 5 por ciento del total en el área de la OCDE - puede realizar las actividades altamente complejas requeridas para alcanzar el Nivel 6 de desempeños en esta escala. En Uruguay, Grecia, México, Portugal, Indonesia, Serbia y Montenegro (Serbia), Tailandia y Túnez menos del 1 por ciento alcanza el más alto nivel de desempeño. Mientras tanto en Corea y Hong Kong-China más del 15 por ciento de los estudiantes alcanza el Nivel 6.

Un cuarto o más de los estudiantes en Grecia, Hungría, Irlanda, Italia, Luxemburgo, México, Noruega, Polonia, Portugal, España, Turquía y los Estados Unidos, (países de la OCDE), Indonesia, Latvia, Túnez, la Federación Rusa, Serbia y Montenegro (Serbia), Tailandia y Uruguay no logra alcanzar la base del Nivel 2 de desempeños. En cambio en Finlandia es más del 90 por ciento de los estudiantes que se ubica sobre este umbral.

La gran mayoría de los estudiantes_ 87 por ciento de la población evaluada_ puede resolver por lo menos las actividades más fáciles requeridas para alcanzar en Nivel 1 de desempeños de la escala de espacio y forma. Este dato tiene mucha variabilidad a través de los diferentes países.

El siguiente cuadro describe los desempeños en la escala de “espacio y forma” y proporciona el porcentaje de estudiantes en cada nivel para los países de la OCDE y para Uruguay. Debe tenerse en cuenta que si bien el porcentaje de estudiantes que figura en la tabla para cada nivel no incluye el de los niveles anteriores, los estudiantes que alcanzaron, por ejemplo, el Nivel 6 de desempeños han logrado resolver las actividades de los cinco niveles de menores puntajes.

Descripción de los niveles de desempeño en el área “espacio y forma”

Competencias
<p style="text-align: center;">NIVEL 6</p> <p><u>Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:</u></p> <ul style="list-style-type: none">• Razonar y reflexionar significativamente.• Interpretar las descripciones textuales complejas y relacionar éstas con otras representaciones (a menudo múltiples).• Razonar aplicando proporciones en situaciones no-familiares y complejas.• Demostrar comprensión significativa para conceptualizar situaciones geométricas complejas o para interpretar representaciones complejas y nuevas.• Identificar y combinar información de múltiples fuentes para resolver problemas.• Idear una estrategia para conectar un contexto geométrico con procedimientos y rutinas matemáticas conocidas.• Realizar una secuencia compleja de cálculos, por ejemplo cálculos del volumen u otros procedimientos rutinarios en un contexto aplicado, en forma completa y sin errores.• Proporcionar explicaciones y argumentaciones escritas basadas en la reflexión, la comprensión y la generalización de esa comprensión. <p>En el Nivel 6 de la escala de “espacio y forma” se ubicó el 6% de los estudiantes de los países de OCDE y el 0,4% de los estudiantes uruguayos.</p>

NIVEL 5

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Resolver los problemas que requieren plantear hipótesis apropiadas, o que implican trabajar con hipótesis proporcionadas.
- Utilizar el razonamiento espacial / geométrico, la reflexión y entender objetos de dos y de tres dimensiones, familiares y desconocidos.
- Interpretar representaciones múltiples de fenómenos geométricos.
- Utilizar construcciones geométricas.
- Aplicar estrategias en varios pasos para solucionar problemas geométricos.
- Aplicar, en situaciones nuevas, algoritmos geométricos bien conocidos tales como cálculo de perímetro, área, volumen y la propiedad de Pitágoras.

En el Nivel 5 de la escala de "espacio y forma" se ubicó el 10% de los estudiantes de los países de OCDE y el 2% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 4

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Resolver problemas que implican razonamiento y argumentación visuales y espaciales en contextos nuevos.
- Interpretar textos complejos para resolver problemas geométricos.
- Interpretar instrucciones secuenciales; seguir una secuencia de pasos.
- Interpretar usando la comprensión espacial en situaciones geométricas no estándar.
- Utilizar un modelo de dos dimensiones para trabajar con las representaciones en tres dimensiones de una situación geométrica nueva.
- Conectar e interpretar dos representaciones visuales diferentes de una misma situación geométrica.
- Desarrollar y poner una estrategia en ejecución que implique el cálculo en situaciones geométricas.
- Razonar y discutir sobre relaciones numéricas en un contexto geométrico.
- Realizar cálculos simples (por ejemplo multiplicar un número decimal por un número entero, conversiones numéricas usando proporciones y escala, calcular áreas de figuras conocidas).

En el Nivel 4 de la escala de "espacio y forma" se ubicó el 17% de los estudiantes de los países de OCDE y el 7% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 3

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Interpretar descripciones en lenguaje natural de situaciones geométricas nuevas.
- Utilizar habilidades básicas de resolución de problemas como idear una estrategia simple de solución.
- Utilizar la percepción visual y las habilidades espaciales elementales de razonamiento en una situación familiar.
- Conectar diversas representaciones de objetos familiares.
- Trabajar con un modelo matemático familiar dado.
- Realizar cálculos simples tales como conversiones de escala (que aplican multiplicación y el razonamiento proporcional básico).
- Aplicar algoritmos rutinarios para resolver problemas geométricos (por ejemplo calcular medidas de lados de figuras geométricas conocidas).

En el Nivel 3 de la escala de "espacio y forma" se ubicó el 21% de los estudiantes de los países de OCDE y el 15% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 2

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Resolver problemas que implican una sola representación matemática donde está explícito y presente en forma clara el contenido matemático abordado.
- Reconocer patrones geométricos simples.
- Utilizar términos y definiciones técnicas básicas y aplicar conceptos geométricos básicos (por ejemplo simetría).
- Aplicar una interpretación matemática de un término del lenguaje natural (por ejemplo "más grande que") en un contexto geométrico.
- Crear y utilizar una imagen mental de un objeto, de dos o de tres dimensiones.
- Entender una representación visual en dos dimensiones de una situación familiar del mundo real
- Aplicar cálculos simples (por ejemplo sustracción, división entre números de 2 dígitos) para solucionar problemas en un contexto geométrico.

En el Nivel 2 de la escala de "espacio y forma" se ubicó el 20% de los estudiantes de los países de OCDE y el 23% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 1

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Utilizar una representación dada de dos dimensiones para contar o calcular elementos de un objeto simple de tres dimensiones.

En el Nivel 1 de la escala de "espacio y forma" se ubicó el 14% de los estudiantes de los países de OCDE y el 23% de los estudiantes uruguayos.

El 11% de los estudiantes de los países de la OCDE y el 29% de los estudiantes uruguayos se ubicaron por debajo del Nivel 1 a partir de sus desempeños en la prueba de matemática aplicada por PISA.

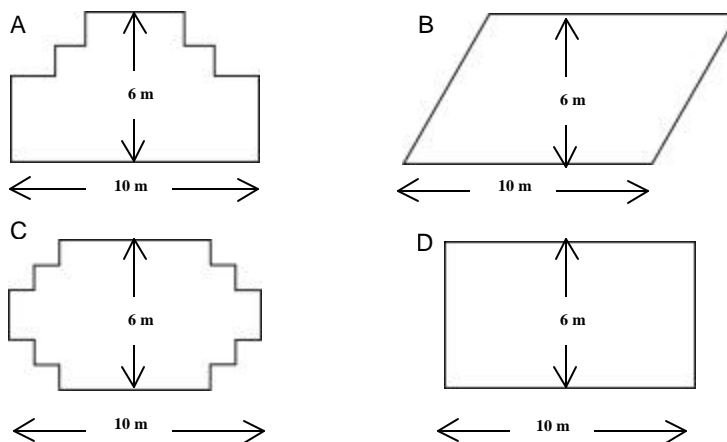
Los resultados de la evaluación PISA permiten analizar los desempeños de los estudiantes uruguayos escolarizados de 15 años relativa y comparativamente con los de los alumnos de la misma edad de otros países. Con ese fin se presentan en la siguiente tabla los porcentajes de estudiantes por nivel en Finlandia (país que se ha ubicado entre los de mejores resultados en esta evaluación tanto en 2003 como en el año 2000), España (que comparte con Uruguay cultura, tradiciones, idioma), México y Brasil (que son los países de Latinoamérica que participaron, como Uruguay, en la evaluación PISA 2003).

Escala "espacio y forma"	Bajo Nivel 1	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	total
Finlandia	2,5	7,3	17,0	25,5	24,6	15,2	7,9	100
España	10,1	16,7	25,5	24,7	15,3	6,0	1,6	100
Promedio OCDE	10,6	14,2	20,4	21,5	17,2	10,4	5,8	100
México	39,1	27,8	20,6	9,4	2,5	0,5	0,0	100
Brasil	54,8	22,7	13,6	6,2	2,0	0,6	0,1	100
Uruguay	29,3	23,3	22,9	15,2	6,7	2,2	0,4	100

CARPINTERO

Pregunta 1

Un carpintero tiene cuenta con 32 metros de listones de madera y desea hacer un borde alrededor de una jardinera. Él ha considerado utilizar uno de los siguientes diseños en la construcción de este borde.



Encierra en un círculo según corresponda la palabra "Sí" o "No" para indicar cuáles diseños de bordes se pueden realizar con 32 metros de madera.

Diseño	Utilizando este diseño ¿puede hacer el borde con 32 metros de madera?
Diseño A	Sí / No
Diseño B	Sí / No
Diseño C	Sí / No
Diseño D	Sí / No

Crédito completo (687 puntos): Exactamente cuatro correctas.

Diseño A	Sí	Diseño C	Sí
Diseño B	No	Diseño D	Sí

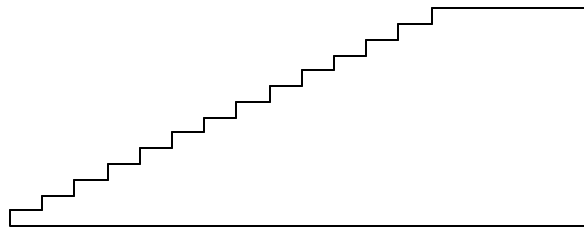
Características del ítem	
Contexto	Educativo
Competencia	Conexiones
Contenido	Espacio y forma
Formato	Opción múltiple compleja
Dificultad escala OCDE	687
Nivel de desempeño	6
% respuesta correcta Uruguay	12
% respuesta correcta OCDE	20
% omisión de respuesta Uruguay	9
% omisión de respuesta OCDE	2

Este ítem es ciertamente no rutinario. Los estudiantes necesitan determinar si cada cantero propuesto se puede bordear con 32 metros de listón de madera. En tres casos la respuesta es sencilla debido a que las figuras son rectangulares, pero uno es un paralelogramo no rectángulo que requiere más de 32 metros. Este uso del conocimiento geométrico hace que este ítem describa el Nivel 6 de la escala de desempeños en PISA.

ESCALERA

Pregunta 1

El diagrama a continuación, muestra una escalera de 14 peldaños escalones y una altura total de 252 cm:



Altura total 252 cm

Profundidad total 400 cm

¿Cuál es la altura de cada uno de los 14 escalones?

Altura : cm.

Crédito completo (421 puntos): 18 cm.

Características del ítem	
Contexto	Ocupacional
Competencia	Reproducción
Contenido	Espacio y forma
Formato	Respuesta breve
Dificultad escala OCDE	421
Nivel de desempeño	2
% respuesta correcta Uruguay	78
% respuesta correcta OCDE	68
% omisión de respuesta Uruguay	16
% omisión de respuesta OCDE	10

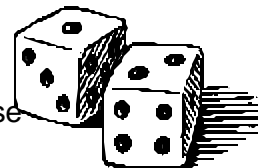
Los datos de este ítem se presentan en dos formas de representación: lenguaje natural, incluyendo números y una representación gráfica. La descripción cumple una función simple y no esencial: los estudiantes saben qué forma tiene una escalera. En este ítem la presentación de los datos es significativa porque tiene información innecesaria (la profundidad es 400 centímetros) que puede confundir a los estudiantes. El contexto de las escaleras pone a este ítem en el área de contenido de *espacio y forma* pero el procedimiento para resolverlo es realizar una división (252 entre 14) por lo que el ítem pertenece al agrupamiento de competencias

de *Reproducción*. Toda la información requerida, y aún más, se presenta en una situación reconocible por los estudiantes que pueden extraer la información relevante de una sola de las fuentes. Lo anterior y el hecho de que se resuelve con el uso de un algoritmo básico hace que este ítem ajuste, aunque apenas, en el Nivel 2 de la escala.

DADOS

Pregunta 2

A la derecha hay un dibujo de dos dados.

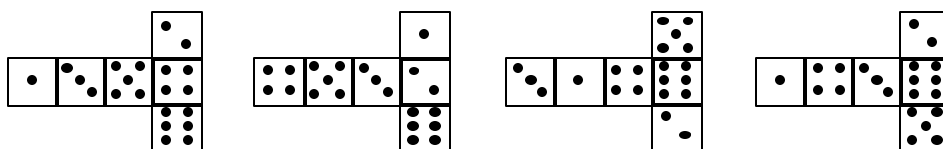


Los dados son cubos especiales con números, para los cuales se aplica la siguiente regla:

El número total de puntos en dos caras opuestas siempre suma siete.

Puedes hacer un dado cortando, doblando y pegando cartón. Esto puede hacerse de varias maneras. En la figura de abajo se muestran cuatro modelos que pueden usarse para hacer dados, con puntos en sus caras.

¿Cuál(es) del(de los) siguiente(s) modelo(s) puede(n) doblarse para formar un dado que siga respete la regla de que la suma de los puntos en caras opuestas es 7? Para cada modelo, encierra en un círculo según sea "Sí" o "No" en la tabla a continuación.



Modelo	¿Respete la regla "la suma de los puntos en caras opuestas es 7"?
I	Sí / No
II	Sí / No
III	Sí / No
IV	Sí / No

Crédito completo (503): No, Sí, Sí, No, en ese orden.

Características del ítem	
Contexto	Personal
Competencia	Conexiones
Contenido	Espacio y forma
Formato	Múltiple opción
Dificultad escala OCDE	503
Nivel de desempeño	3
% respuesta correcta Uruguay	31
% respuesta correcta OCDE	25
% omisión de respuesta Uruguay	6
% omisión de respuesta OCDE	2

Muchos de los juegos que los chicos practican usan dados. El problema no asume ningún conocimiento anterior sobre este tema y detalla la regla de construcción: las caras opuestas suman siete puntos. Esta regla de construcción hace referencia a un aspecto numérico pero el problema requiere una cierta visualización espacial. Los estudiantes necesitan imaginarse cuál de los cuatro desarrollos (en 2 dimensiones) es el que permite reconstruir un dado que respete la regla numérica de construcción. El problema no es rutinario, requiere la codificación y la interpretación espacial de

objetos representados en 2 dimensiones relacionándolos a objetos de 3 dimensiones, además de comprobar ciertas relaciones de aritmética básica.

El ítem apela a habilidades de razonamiento espacial en un contexto personal con la información relevante presentada en lenguaje natural y gráfico; este ítem describe el Nivel 3 de la escala de desempeños en PISA.

CAPÍTULO 4

Desempeño de los estudiantes en la escala “cambio y relaciones”

Un cuarto de las actividades matemáticas en PISA 2003 se relaciona con las manifestaciones matemáticas del cambio, de relaciones funcionales y de la dependencia entre variables. Como en la escala de *espacio y forma* 5 por ciento de estudiantes de países de la OCDE pueden realizar las actividades que los ubican en el Nivel 6 y 73 por ciento pueden desempeñarse por lo menos en la base del Nivel 2. Sin embargo en Grecia, Italia, Luxemburgo, México, Noruega, Polonia, Portugal, España, Turquía y los Estados Unidos (países de la OCDE), Indonesia, Latvia, la Federación Rusa, Serbia y Montenegro (Serbia), Tailandia, Túnez y Uruguay es un cuarto o más de los estudiantes que no pueden alcanzar este umbral.

Descripción de los niveles de desempeño en el área “cambio y relaciones”

Competencias
<p style="text-align: center;">NIVEL 6</p> <p>Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:</p> <ul style="list-style-type: none">• Interpretar información matemática compleja en el contexto de una situación nueva del mundo real.• Interpretar funciones periódicas en un contexto real, realizar cálculos con variables de dominio acotado.• Interpretar información implícita en el contexto de una situación nueva del mundo real.• Interpretar textos complejos y razonar en forma abstracta (basado en la comprensión de relaciones) para resolver problemas.• Utilizar álgebra y representaciones gráficas para resolver problemas; manipular expresiones algebraicas que representen una situación del mundo real.• Resolver problemas en base a razonamiento proporcional complejo.• Aplicar estrategias de resolución de problemas que impliquen el uso de fórmulas y cálculos.• Idear estrategias y resolver problemas usando álgebra o el método de ensayo y error.• Identificar una fórmula que describa una situación compleja del mundo real; generalizar hallazgos para obtener una fórmula global que exprese la situación dada.• Generalizar hallazgos para efectuar cálculos.• Aplicar la comprensión en geometría para trabajar con patrones complejos y generalizarlos.• Efectuar cálculo complejo de porcentajes.• Comunicar coherentemente razonamientos y argumentaciones lógicas. <p>En el Nivel 6 de la escala de “cambio y relaciones” se ubicó el 5% de los estudiantes de los países de OCDE y el 1% de los estudiantes uruguayos.</p>
<p style="text-align: center;">NIVEL 5</p> <p>Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:</p> <ul style="list-style-type: none">• Resolver problemas aplicando expresiones y modelos matemáticos algebraicos.• Conectar representaciones matemáticas formales a las situaciones complejas del mundo real.• Interpretar fórmulas complejas en un contexto científico.• Interpretar funciones periódicas en una situación del mundo real, realizar los cálculos relacionados.• Utilizar estrategias avanzadas de resolución de problemas.• Interpretar y conectar información compleja.• Interpretar y aplicar restricciones de dominio de las variables.• Identificar y aplicar estrategias convenientes para la resolución de problemas.• Reflexionar sobre la relación entre una fórmula algebraica y datos implícitos.• Aplicar razonamiento proporcional complejo, por ejemplo relacionado con tarifas.• Analizar y aplicar una fórmula dada en una situación de la vida real.• Comunicar su razonamiento y sus argumentos. <p>En el Nivel 5 de la escala de “cambio y relaciones” se ubicó el 11% de los estudiantes de los países de OCDE y el 3% de los estudiantes uruguayos.</p>

NIVEL 4

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Interpretar gráficos complejos y leer valores de la variable en los gráficos.
- Interpretar representaciones gráficas complejas de situaciones del mundo real.
- Utilizar representaciones múltiples para solucionar un problema práctico.
- Relacionar información dada en un texto con una representación gráfica y explicar las conclusiones.
- Analizar fórmulas que describen una situación del mundo real.
- Analizar situaciones de geometría del espacio que involucren el concepto de volumen y funciones relacionadas.
- Analizar un modelo matemático dado que involucra fórmulas complejas.
- Interpretar y aplicar fórmulas; manipular y utilizar fórmulas lineales que representan relaciones del mundo real.
- Realizar una secuencia de cálculos que impliquen porcentaje, proporciones adición o división.
- Ser flexible al interpretar y al razonar también contextos nuevos y comunicar las explicaciones y los argumentos que correspondan.

En el Nivel 4 de la escala de "cambio y relaciones" se ubicó el 18% de los estudiantes de los países de OCDE y el 9% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 3

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Interpretar representaciones gráficas de situaciones nuevas del mundo real
- Identificar criterios relevantes en un texto
- Interpretar un texto que presenta implícitamente un algoritmo simple y aplicar ese algoritmo
- Interpretar un texto e idear una estrategia simple de resolución de un problema
- Conectar múltiples representaciones relacionadas (por ejemplo gráficos, un texto y una tabla, una fórmula y un gráfico)
- Aplicar un razonamiento que involucra proporciones en variados contextos familiares; explicar y justificar la respuesta
- Aplicar un criterio dado en un texto a un gráfico o a una situación
- Utilizar un rango de procedimientos simples del cálculo para resolver problemas, incluyendo ordenar datos, calcular diferencias de tiempo, interpolación lineal.
- Razonar en contextos familiares y brindar la correspondiente comunicación de los argumentos.

En el Nivel 3 de la escala de "cambio y relaciones" se ubicó el 22% de los estudiantes de los países de OCDE y el 16% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 2

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Interpretar un texto simple y vincularlo correctamente a representaciones gráficas.
- Interpretar un texto que describa un algoritmo simple y aplicar ese algoritmo.
- Interpretar un texto simple y utilizar razonamiento proporcional o un cálculo.
- Interpretar un patrón simple.
- Interpretar y razonar en un contexto práctico que implique un uso simple y familiar de las relaciones de movimiento, velocidad y tiempo.
- Encontrar información relevante y leer valores directamente de un gráfico.
- Sustituir correctamente una variable en una expresión para aplicar un algoritmo numérico simple o una fórmula algebraica simple.

En el Nivel 2 de la escala de "cambio y relaciones" se ubicó el 20% de los estudiantes de los países de OCDE y el 22% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 1

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Encontrar la información relevante en una tabla o un gráfico simple.
- Conectar un texto simple a una característica específica de un gráfico y leer un valor del gráfico.
- Localizar y leer un valor dado en una tabla simple.
- Ejecutar algoritmos simples que implican relaciones entre dos variables en contexto familiar.

En el Nivel 1 de la escala de "cambio y relaciones" se ubicó el 13% de los estudiantes de los países de OCDE y el 19% de los estudiantes uruguayos.

El 10% de los estudiantes de los países de la OCDE y el 30% de los estudiantes uruguayos se ubicaron por debajo del Nivel 1 en función de sus desempeños en la prueba de matemática aplicada por PISA en 2003.

Los resultados de la evaluación PISA permiten analizar los desempeños de los estudiantes uruguayos escolarizados de 15 años relativa y comparativamente con los de los alumnos de la misma edad de otros países. Con ese fin se presentan en la siguiente tabla los porcentajes de estudiantes por nivel en Finlandia (país que se ha ubicado entre los de mejores resultados en esta evaluación tanto en 2003 como en el año 2000), España (que comparte con Uruguay cultura, tradiciones, idioma), México y Brasil (que son los países de Latinoamérica que participaron, como Uruguay, en la evaluación PISA 2003).

Escala "cambio y relaciones"	Bajo Nivel 1	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Total
Finlandia	2,7	7,0	16,1	24,5	24,1	16,7	8,9	100
España	11,3	14,9	22,9	24,0	17,1	7,7	2,0	100
Promedio OCDE	10,2	13,0	19,8	22,0	18,5	11,1	5,3	100
México	47,2	24,1	17,0	8,6	2,6	0,4	0,1	100
Brasil	59,7	16,9	11,4	6,6	3,3	1,2	0,7	100
Uruguay	29,8	19,1	21,6	16,5	8,8	3,4	0,9	100

CAMINAR



La foto muestra las huellas de un hombre caminando. El largo del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas.

Para los hombres, la fórmula $\frac{n}{P} = 140$, da una relación aproximada entre n y P donde,

n = número de pasos por minuto, y

P = largo del paso en metros.

Pregunta 1

Si la fórmula se aplica al caminar de Enrique y él da 70 pasos por minuto, ¿cuál es el largo del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.

Crédito completo
(611

puntos):

0,5 m o 50 cm, $\frac{1}{2}$ (el uso de unidades es opcional).

Características del ítem	
Contexto	Personal
Competencia	Reproducción
Contenido	Cambio y relaciones
Formato	Abierto de respuesta construida
Dificultad escala OCDE	611
Nivel de desempeño	5
% crédito completo Uruguay	27
% crédito completo OCDE	36
% crédito parcial Uruguay	11
% crédito parcial OCDE	22
% omisión de respuesta Uruguay	39
% omisión de respuesta OCDE	21

Cada uno de nosotros ha visto sus propios pasos impresos en la arena en algún momento de nuestras vidas, muy probablemente sin pensar en qué clase de relaciones existen en la manera que estos patrones se forman; aunque muchos estudiantes tendrán una idea intuitiva de que si la longitud del paso aumenta entonces el número de pasos por minuto disminuye. Reflexionar sobre estas cosas y reconocer la matemática que está presente en tales fenómenos cotidianos son parte de adquirir cultura matemática. La rutina matemática necesaria para resolver el problema es sustituir en una fórmula simple y realizar un cálculo rutinario. Los estudiantes deben realizar el cálculo para conseguir crédito completo. La solución del

problema requiere el uso de una expresión algebraica formal. El ítem describe el Nivel 5 de la escala de desempeños en el extremo inferior del Nivel. Al asignar el puntaje final a este ítem el crédito parcial no fue utilizado y esa categoría fue combinada con las categorías sin puntaje. Esto se debió a que los puntajes promedio de los estudiantes con respuestas de código 1 no eran suficientemente más altos que los de los estudiantes con respuestas con código 0, para que la distinción fuera útil.

Pregunta 3

Bernardo sabe que el largo de sus pasos es de 0,80 metros. La fórmula es aplicable al caminar de Bernardo.

Calcula la velocidad con la que camina Bernardo en metros por minuto y en kilómetros por hora. Muestra tus cálculos.

Crédito completo (723 puntos):

Respuestas correctas (el uso de unidades es opcional) para ambos, metros por minuto y km/h:
 $n = 140 \times 0,80 = 112$.

Crédito parcial (666 puntos):

Respuestas que son incorrectas o incompletas porque:

- Falla en multiplicar por 0,80 para convertir de pasos por minuto a metros por minuto.
- Responde correctamente la velocidad en metros por minuto (89,6 metros por minuto) pero la conversión a kilómetros por hora es incorrecta o no figura.
- Aplica el método correcto (explícitamente mostrado) con error(es).
- Solo figura como respuesta 5,4 km/h, pero no 89,6 metros/minuto (los cálculos intermedios no figuran).

Crédito parcial (605 puntos):

Respuestas que indican $n = 140 \times 0,80 = 112$ pero no se muestra ningún cálculo más a partir de este punto o los cálculos posteriores son incorrectos.

Características del ítem	
Contexto	Personal
Competencia	Conexiones
Contenido	Cambio y relaciones
Formato	Abierto de respuesta construida
Dificultad escala OCDE	723
Nivel de desempeño	6
% crédito completo Uruguay	3
% crédito completo OCDE	8
% crédito parcial Uruguay	19
% crédito parcial OCDE	29
% omisión de respuesta Uruguay	64
% omisión de respuesta OCDE	39

La guía de codificación de respuestas para este ítem prevé un crédito completo y dos niveles de crédito parcial. La rutina matemática necesaria para resolver el problema es la sustitución en una fórmula simple y realizar un cálculo de no-rutinario. El paso siguiente requiere reconocer que el número de pasos no es la respuesta pedida, sino que se pide la velocidad del paso. La etapa final es transformar esta velocidad de metros por minuto a km/h, que es una unidad más comúnmente usada para medir velocidad. El problema es algo complejo en el sentido en que no implica solamente el uso de una expresión algebraica formal sino también llevar a cabo una secuencia de cálculos conectados entre si que necesitan de la

comprensión apropiada de transformación de fórmulas y conversión de unidades de medida.

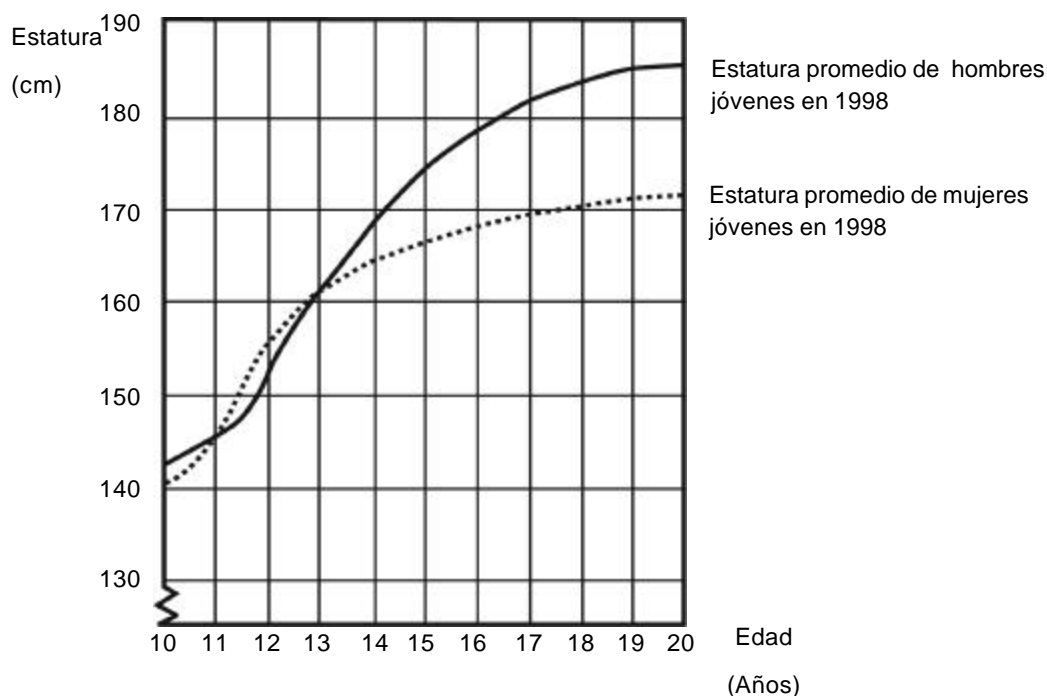
El nivel inferior del crédito parcial describe la parte superior del Nivel 4 de la escala de desempeños (605 puntos). Para alcanzar este puntaje el estudiante tuvo que escribir una expresión que demuestra que ha entendido la fórmula y que ha sustituido correctamente los valores en ella calculando el número de pasos por minuto. El nivel más alto del crédito parcial describe la parte más alta del Nivel 5 de la escala (666 puntos). Los estudiantes cuyas repuestas corresponden al nivel más alto del crédito parcial pudieron avanzar después de encontrar el número de pasos por minuto hacia la conversión de unidades pedidas, pero las repuestas no están completas o no son completamente correctas.

El crédito completo para este ítem describe la parte alta del Nivel 6 de la escala de desempeños (723 puntos). Los estudiantes cuyas respuestas obtuvieron crédito completo terminaron las conversiones y brindaron una respuesta correcta expresada en ambas unidades solicitadas.

CRECER

LA JUVENTUD SE HACE MÁS ALTA

El siguiente gráfico representa la estatura promedio de los hombres y mujeres jóvenes de Holanda en 1998.



Pregunta 1

Desde 1980 la estatura promedio de las mujeres de 20 años ha aumentado 2,3 cm, hasta alcanzar los 170,6 cm. En 1980, ¿cuál era la estatura promedio de una mujer de 20 años de edad en 1980?

Respuesta: cm.

Crédito completo (477 puntos): 168,3 cm (la unidad ya está dada).

Características del ítem	
Contexto	Científico
Competencia	Reproducción
Contenido	Cambio y relaciones
Formato	Cerrado de 5 opciones
Dificultad escala OCDE	477
Nivel de desempeño	2
% respuesta correcta Uruguay	50
% respuesta correcta OCDE	67
% omisión de respuesta Uruguay	18
% omisión de respuesta OCDE	8

En la ciencia, así como en situaciones cotidianas, se utiliza con frecuencia la forma de representación gráfica, por ejemplo como en este ítem, para representar variaciones en estatura en función de la edad de los individuos. Debido a lo anterior es que este ítem se clasifica en el área *cambio y relaciones*. Aunque el contexto es científico para resolverlo basta con entender la pregunta y calcular una resta ($170,6 - 2,3$). El carácter básico de la pregunta ubica este ítem en el agrupamiento de competencias de *Reproducción*.

Pregunta 3

Explica cómo el gráfico muestra que el crecimiento promedio de las mujeres es más lento después de los 12 años.

.....

.....

Crédito completo (574 puntos):

Lo importante es que la respuesta debe referirse al "cambio" de la pendiente del gráfico para las mujeres jóvenes. Esta relación puede estar explícita o implícita en la respuesta. Los códigos 11 y 12 se asignan a las respuestas que explícitamente hacen referencia a la pendiente del gráfico, mientras que el código 13 es para comparaciones implícitas que refieren a la variación real de crecimiento antes de los 12 y después de los 12 años.

Características del ítem	
Contexto	Científico
Competencia	Conexiones
Contenido	Cambio y relaciones
Formato	Abierto de respuesta construida
Dificultad escala OCDE	574
Nivel de desempeño	4
% respuesta correcta Uruguay	24
% respuesta correcta OCDE	45
% omisión de respuesta Uruguay	39
% omisión de respuesta OCDE	21

El foco de este ítem es la relación entre la edad y la altura de los jóvenes entonces también corresponde al área de *cambio y relaciones*, especialmente en esta pregunta en la que la base está en el análisis de las distintas curvas del crecimiento. Para resolverlo es necesario que el alumno interprete y decodifique representaciones estándares de objetos matemáticos bien conocidos. Pero hay un concepto complejo subyacente en este ítem que es el de "enlentecimiento" del crecimiento. En términos matemáticos implica identificar gráficos que disminuyen su pendiente. Por lo tanto el ítem es definitivamente no-familiar, exige

relacionar diversas ideas e información por lo que pertenece al agrupamiento de competencias de *Conexiones*. El gráfico indica que la disminución en el crecimiento comienza a partir de los 12 años o algo antes de esa edad. La comunicación de esta observación mediante una respuesta escrita es realmente la pregunta para los estudiantes. Lograr la respuesta correcta requiere de una visión matemática del problema, cierto razonamiento y la comunicación de los resultados de este proceso por lo que describe el Nivel 4 de la escala de desempeños.

Pregunta 2

De acuerdo con este gráfico, en promedio, durante qué periodo de su vida son las mujeres más altas que los hombres de su misma edad.

.....

.....

Crédito completo (525 puntos):

Respuestas que indiquen el intervalo correcto desde 11-13 años o que establecen que las chicas son más altas que los chicos cuando tienen entre 11 y 12 años. (Esta respuesta es correcta porque en lenguaje cotidiano significa el intervalo desde 11 hasta 13).

Crédito parcial (420 puntos): Otros subconjuntos de (11, 12, 13), no incluidos en la sección de Crédito total.

Características del ítem	
Contexto	Científico
Competencia	Reproducción
Contenido	Cambio y relaciones
Formato	Respuesta breve
Dificultad escala OCDE	525
Nivel de desempeño	3 (crédito completo)
% crédito completo Uruguay	54
% crédito completo OCDE	55
% crédito parcial Uruguay	17
% crédito parcial OCDE	28
% omisión de respuesta Uruguay	18
% omisión de respuesta OCDE	7

Este ítem de respuesta breve se relaciona con el mismo contexto científico que las preguntas anteriores. La ubicación en la escala de la respuesta de crédito parcial describe exactamente el límite entre el Nivel 1 y 2 de la escala de desempeños en PISA, pues tiene una dificultad de 420 puntos. Los estudiantes que obtuvieron un crédito parcial por su respuesta demostraron que su razonamiento e interpretación fueron correctos, sin embargo no lograron expresar la idea con una respuesta completa. Identificaron correctamente edades como 11 y/o 12 y/o 13 como parte de la respuesta pero no así el tramo continuo desde 11 a 13 años. En resumen, los estudiantes pudieron comparar los dos gráficos correctamente,

pero no comunicaron su respuesta adecuadamente ni entendieron que la respuesta debía ser un intervalo. Esto está probablemente asociado a que el procedimiento apropiado para encontrar la respuesta pudo no haber resultado rutinario para los estudiantes.

La respuesta de crédito completo describe el Nivel 3 de la escala de desempeños, pues tiene una dificultad de 525 puntos en la escala PISA. Los estudiantes que obtuvieron crédito completo por sus respuestas identificaron correctamente el tramo continuo desde 11 a 13 años. Estos estudiantes pueden interpretar, utilizar representaciones gráficas y sacar conclusiones de ellas. Además pueden comunicar los resultados de su razonamiento de una manera precisa.

CAPÍTULO 5

Desempeño de los estudiantes en la escala “cantidad”

Un cuarto de las actividades matemáticas en PISA 2003 se relacionó con los fenómenos numéricos, las relaciones y patrones cuantitativos. Como en la escala de espacio y forma 5 por ciento de los estudiantes de países de la OCDE logran el Nivel 6 y 73 por ciento pueden al menos trabajar con las actividades de la base del Nivel 2. En cambio en Grecia, Italia, México, Portugal, Turquía y los Estados Unidos (países de la OCDE), Indonesia, la Federación Rusa, Serbia y Montenegro (Serbia), Tailandia, Túnez y Uruguay es un cuarto o más de los estudiantes que no pueden alcanzar este umbral.

Descripción de los niveles de desempeño en el área “cantidad”

Competencias
<p style="text-align: center;">NIVEL 6</p> <p><u>Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:</u></p> <ul style="list-style-type: none">• Conceptualizar procesos matemáticos complejos tales como crecimiento exponencial, promedio ponderado, propiedades de los números y relaciones numéricas.• Interpretar y entender información compleja y conectar fuentes múltiples de información.• Utilizar razonamiento avanzado referente a proporciones, representaciones geométricas de cantidades, conteo y cálculo combinatorio.• Interpretar y entender expresiones matemáticas formales y simbólicas de relaciones entre números en un contexto científico.• Ejecutar algoritmos secuenciales en un contexto complejo y nuevo inclusive trabajar con grandes números.• Expresar conclusiones, argumentos y explicaciones precisas.• Idear una estrategia (desarrollar la heurística) para trabajar con procesos matemáticos complejos. <p>En el Nivel 6 de la escala de “cantidad” se ubicó el 4% de los estudiantes de los países de OCDE y el 0,4% de los estudiantes uruguayos.</p>
<p style="text-align: center;">NIVEL 5</p> <p><u>Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:</u></p> <ul style="list-style-type: none">• Interpretar información compleja sobre situaciones del mundo real (gráficos, incluyendo dibujos y tablas).• Conectar diversas fuentes de información (gráficos, tablas de datos y texto).• Extraer datos relevantes de la descripción de una situación compleja y ejecutar los algoritmos asociados.• Aplicar procesos para resolver problemas (por ejemplo interpretar, idear una estrategia, razonar, efectuar conteo sistemático) en contextos del mundo real que impliquen matematización.• Aplicar procesos secuenciales.• Comunicar razonamientos y argumentos.• Estimar aplicando conocimientos de la vida diaria.• Calcular diferencias o tasas de cambio relativas o absolutas. <p>En el Nivel 5 de la escala de “cantidad” se ubicó el 11% de los estudiantes de los países de OCDE y el 4% de los estudiantes uruguayos.</p>

NIVEL 4

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Ejecutar en forma precisa un algoritmo numérico dado que implica una secuencia de pasos.
- Interpretar en un texto descripciones complejas de un proceso secuencial.
- Relacionar información brindada en un texto con una representación gráfica.
- Ejecutar algoritmos que involucran divisibilidad, porcentajes o proporciones en modelos simples de situaciones complejas.
- Realizar un listado sistemático y el conteo de resultados combinatorios.
- Identificar y utilizar información de fuentes múltiples.
- Analizar y aplicar un sistema simple DE RELACIONES NUMÉRICAS.
- Interpretar textos complejos para producir un modelo matemático simple.

En el Nivel 4 de la escala de "cantidad" se ubicó el 20% de los estudiantes de los países de OCDE y el 10% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 3

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Interpretar la descripción de un proceso secuencial de cálculo y ejecutar correctamente el proceso.
- Utilizar los procesos básicos para resolución de problemas (idear una estrategia simple, buscar relaciones, entender y trabajar con restricciones o condiciones en los datos, ensayo y error, razonamiento simple) en contextos familiares.
- Ejecutar algoritmos trabajando con grandes números, cálculos de velocidad y tiempo, conversión de unidades (por ejemplo de tarifa anual a la tarifa diaria).
- Interpretar información de una tabla, localizar datos relevantes en una tabla.
- Conceptualizar las relaciones que involucran el movimiento circular y el tiempo.
- Interpretar textos y diagramas que describen patrones simples.

En el Nivel 3 de la escala de "cantidad" se ubicó el 24% de los estudiantes de los países de OCDE y el 18% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 2

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Interpretar un modelo cuantitativo simple (por ejemplo una relación de proporcionalidad) y aplicarlo usando algoritmos aritméticos básicos.
- Interpretar datos de una tabla simple y relacionarlos con información de un texto.
- Identificar el algoritmo requerido para resolver un problema sencillo.
- Ejecutar algoritmos simples con las operaciones aritméticas básicas, así como ordenar números.

En el Nivel 2 de la escala de "cantidad" se ubicó el 20% de los estudiantes de los países de OCDE y el 22% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 1

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Resolver problemas básicos en los que toda la información relevantes es explícitamente presentada, la situación es directa y de espectro limitado, la actividad computacional requerida es obvia y la tarea matemática es básica como una operación aritmética simple.
- Leer e interpretar una tabla de números, sumar los valores en columnas y comparar resultados.

En el Nivel 1 de la escala de "cantidad" se ubicó el 12% de los estudiantes de los países de OCDE y el 19% de los estudiantes uruguayos.

El 9% de los estudiantes de los países de la OCDE y el 26% de los estudiantes uruguayos se ubicaron por debajo del Nivel 1 en función de sus desempeños en la prueba de matemática aplicada por PISA.

Los resultados de la evaluación PISA permiten analizar los desempeños de los estudiantes uruguayos escolarizados de 15 años relativa y comparativamente con los de los alumnos de la misma edad de otros países. Con ese fin se presentan en la siguiente tabla los porcentajes de estudiantes por nivel en Finlandia (país que se ha ubicado entre los de mejores resultados en esta evaluación tanto en 2003 como en el año 2000), España (que comparte con Uruguay cultura, tradiciones, idioma), México y Brasil (que son los países de Latinoamérica que participaron, como Uruguay, en la evaluación PISA 2003).

Escala "cantidad"	Bajo Nivel 1	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	total
Finlandia	1,4	5,0	14,6	26,9	27,3	17,9	7,0	100
España	8,9	13,2	22,5	25,0	18,8	8,8	2,6	100
Promedio OCDE	8,8	12,5	20,1	23,7	19,9	11,0	4,0	100
México	35,5	25,0	21,4	12,4	4,6	1,0	0,1	100
Brasil	51,1	20,7	15,0	8,3	3,4	1,2	0,4	100
Uruguay	25,6	19,5	22,1	18,1	10,0	3,7	0,9	100

TASA DE CAMBIO

Mei-Ling, de Singapur, se preparaba para ir a Sudáfrica por 3 meses como estudiante de intercambio. Ella necesitaba cambiar algunos dólares de Singapur (SGD) por rands sudafricanos (ZAR).

Pregunta 1

Mei-Ling se enteró que la tasa de cambio entre los dólares de Singapur y los rands sudafricanos era la siguiente:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling cambió 3.000 dólares de Singapur por rands sudafricanos a esta tasa de cambio.

¿Cuántos rands sudafricanos recibió Mei-Ling?

Crédito completo (406 puntos): 12.600 ZAR (no se requiere unidad)

Características del ítem	
Contexto	Público
Competencia	Reproducción
Contenido	Cantidad. Multiplicación
Formato	Respuesta breve
Dificultad escala OCDE	406
Nivel de desempeño	1
% respuesta correcta Uruguay	71
% respuesta correcta OCDE	80
% omisión de respuesta Uruguay	15
% omisión de respuesta OCDE	7

La experiencia de trabajar con cambio de moneda puede no ser común a todos los estudiantes, pero el concepto se puede considerar como perteneciente a las habilidades y al conocimiento necesario para ejercer la ciudadanía inteligentemente. La tarea requiere del estudiante interpretar una relación matemática simple, explícita (el cambio para 1 dólar de Singapur en Rand sudafricano) y solo un paso de razonamiento más para aplicar la relación directamente a 3000 dólares de Singapur, ejecutando un algoritmo estándar ($3000 \times 4,2$). La combinación de un contexto

familiar, la pregunta claramente definida y un proceso rutinario de solución hace que este ítem ajuste a la descripción del Nivel 1 de desempeños en la escala PISA.

Pregunta 2

Cuando Mei-Ling volvió de Singapur 3 meses después, le quedaban 3.900 ZAR. Volvió a cambiar este dinero por dólares de Singapur, pero la tasa de cambio había cambiado a:

1 SGD = 4,0 ZAR

¿Cuánto dinero en dólares de Singapur recibió Mei-Ling?

Crédito completo (439 puntos): 975 SGD (el uso de unidades es opcional)

Características del ítem	
Contexto	Público
Competencia	Reproducción
Contenido	Cantidad. División.
Formato	Respuesta breve
Dificultad escala OCDE	439
Nivel de desempeño	2
% respuesta correcta Uruguay	64
% respuesta correcta OCDE	74
% omisión de respuesta Uruguay	17
% omisión de respuesta OCDE	9

Resolver este ítem requiere del estudiante interpretar una relación matemática simple, explícita (el cambio para 1 dólar de Singapur en 1 Rand surafricano) y solo un paso más para aplicar la relación directamente a 3900 Rands surafricanos, ejecutando un algoritmo ($3900/4,0$). La combinación del contexto familiar, la pregunta claramente definida y lo rutinario del procedimiento de solución pero a su vez la característica indirecta, comparada con la pregunta anterior, hacen que este ítem ajuste en el Nivel 2 de desempeños de la escala PISA.

Pregunta 3

En esos 3 meses, la tasa de cambio había cambiado de 4,2 a 4,0 ZAR por SGD.

¿Fue beneficioso para Mei-Ling que cuando quiso volver a cambiar sus rands sudafricanos por dólares de Singapur la tasa de cambio fuera 4,0 ZAR en lugar de 4,2 ZAR? Justifica tu respuesta.

Crédito completo (586 puntos): “Sí”, con una explicación adecuada.

Características del ítem	
Contexto	Público
Competencia	Reflexión
Contenido	Cantidad. Proporcionalidad.
Formato	Respuesta extendida
Dificultad escala OCDE	586
Nivel de desempeño	4
% respuesta correcta Uruguay	35
% respuesta correcta OCDE	40
% omisión de respuesta Uruguay	22
% omisión de respuesta OCDE	17

La matematización necesaria para resolver este ítem es de nivel algo más alto que en las preguntas anteriores: la identificación de la matemática relevante es algo compleja y también su reducción a un problema matemático implica una demanda significativa para el estudiante. Resolver este ítem requiere interpretar una relación matemática no trivial (un cambio especificado en la tasa de cambio para 1 dólar de Singapur en 1 Rand sudafricano), reflexionar sobre este cambio, razonar para resolver el problema y aplicar algunos algoritmos numéricos básicos o habilidades cuantitativas de comparación. Los estudiantes también necesitan

construir una explicación de su conclusión. La combinación del contexto familiar, la situación compleja, el problema no-rutinario, la necesidad de razonamiento y la demanda de la comunicación del resultado hace que este ítem se clasifique en el Nivel 4 de desempeños.

PATINETA

Eric es un gran fanático de la patineta. Él visita una tienda llamada LA PATINETA para comprobar algunos precios.

En esta tienda puedes comprar una patineta completa. También puedes comprar una tabla, un juego de 4 ruedas, un juego de dos ejes y un juego de accesorios por separado y armar la patineta tú mismo.

Los precios de la tienda para los productos son:

Producto	Precio en zeds	
Patineta completa	82 u 84	
Tabla	40, 60 ó 65	
Un juego de 4 ruedas	14 ó 36	
Un juego de 2 ejes	16	
Un juego de accesorios (rulemanes, almohadillas de goma, tornillos y tuercas)	10 ó 20	

Pregunta 1

Eric quiere armar su propia patineta. ¿Cuál es el precio mínimo y el precio máximo en esta tienda para una patineta armada por uno mismo?

- (a) Precio mínimo: zeds.
- (b) Precio máximo: zeds.

Crédito completo (496 puntos): Tanto el mínimo (80) como el máximo (137) están correctos.

Crédito parcial (464 puntos): Solo el mínimo (80) está correcto. Sólo el máximo (137) está correcto.

Características del ítem	
Contexto	Personal
Competencia	Reproducción
Contenido	Cantidad
Formato	Respuesta breve
Dificultad escala OCDE	496
Nivel de desempeño	3 (crédito completo)
% respuesta correcta Uruguay	61
% respuesta correcta OCDE	67
% omisión de respuesta Uruguay	11
% omisión de respuesta OCDE	5

La respuesta con crédito parcial describe el Nivel 2 de la escala de desempeños PISA, con 464 puntos; el estudiante responde con el mínimo o el máximo precio para la construcción de una patineta, pero no ambos. Las habilidades requeridas para resolver este problema son ciertamente parte de la cultura matemática pues son las que permiten tomar decisiones más informadas en lo cotidiano. La estrategia que parece trivial es la que sirve para resolver el problema: tomar los números de precios menores para el precio mínimo y para el máximo los mayores. Los precios pedidos se obtienen sumando $40 + 14 + 16 + 10 =$

80, para el mínimo, y $65 + 36 + 16 + 20 = 137$ para el máximo. Aún cuando la respuesta dada sea parcial lograrla requiere el uso de una tabla, extraer información relevante y realizar cálculos aritméticos básicos en un contexto familiar; por lo tanto describe el Nivel 2 de desempeños. Para recibir el crédito completo los estudiantes tienen que entender que deben brindar dos respuestas; esto implica la interpretación de la esencia de la pregunta y representa el Nivel 3 de desempeños en la escala PISA.

Pregunta 2

La tienda ofrece 3 tipos de tablas, 2 tipos de ruedas y 2 tipos de accesorios. Sólo hay una opción para el juego de ejes.

¿Cuántas patinetas distintas puede construir Eric?

- A 6
- B 8
- C 10
- D 12

Crédito completo (570 puntos): D. 12.

Características del ítem	
Contexto	Personal
Competencia	Reproducción
Contenido	Cantidad
Formato	Cerrado de múltiple opción
Dificultad escala OCDE	570
Nivel de desempeño	4
% respuesta correcta Uruguay	30
% respuesta correcta OCDE	46
% omisión de respuesta Uruguay	13
% omisión de respuesta OCDE	5

Para resolver este ítem el estudiante necesita detectar o generar una estrategia adecuada para luego aplicarla. Para los estudiantes que poseen el conocimiento matemático que este ítem aborda resolverlo implica un cálculo muy básico: $3 \times 2 \times 2 \times 1$. Sin embargo, si los estudiantes no tienen experiencia con cálculos combinatorios su estrategia pudo involucrar un listado sistemático de las posibilidades o un diagrama del árbol. La respuesta correcta implica haber interpretado correctamente el texto conjuntamente con una tabla y aplicado un algoritmo simple. Esto agrega la complejidad de la situación y hace que el ítem describa el Nivel 4 de la escala de desempeños.

Pregunta 3

Eric tiene 120 zeds para gastar y quiere comprar la patineta más cara que pueda pagar.

¿Cuánto dinero debería poder gastar Eric en cada una de las 4 partes? Escribe tu respuesta en la siguiente tabla.

Parte	Cantidad (zeds)
Tabla	
Ruedas	
Ejes	
Accesorios	

Crédito completo (554 puntos): 65 zeds en una tabla, 14 en ruedas, 16 en ejes y 20 en accesorios.

Características del ítem	
Contexto	Personal
Competencia	Conexiones
Contenido	Cantidad
Formato	Respuesta breve
Dificultad escala OCDE	554
Nivel de desempeño	4
% respuesta correcta Uruguay	43
% respuesta correcta OCDE	50
% omisión de respuesta Uruguay	13
% omisión de respuesta OCDE	6

Para resolver este ítem no hay procedimiento o algoritmo estándar. Los estudiantes pueden utilizar diversas estrategias para encontrar la solución, incluyendo ensayo y error. El contexto de este ítem es familiar pero el problema a resolver no es rutinario. Una estrategia es trabajar con los valores más altos de precio y después ajustar abaratando de a un componente hasta llegar a los 120 zed. Así pues, los estudiantes necesitan algunas habilidades del razonamiento en un contexto familiar, tienen que conectar la pregunta con los datos dados en la tabla, es decir relacionar la información en

lenguaje natural con una representación en tabla, aplicar una estrategia no estándar y realizar los cálculos rutinarios.

CAPÍTULO 6

Desempeño de los estudiantes en la escala “incertidumbre”

Un cuarto de las actividades matemáticas en PISA 2003 se relacionó con los fenómenos y las relaciones probabilísticas y estadísticas. Solamente el 3,6 por ciento de los estudiantes - y el 12,7 por ciento en Hong Kong-China - menos que para las otras escalas, pueden realizar las actividades del Nivel 6, mientras que el 75 por ciento, más que en las otras escalas, ubican sus desempeños por lo menos en la base del Nivel 2. En cambio en Grecia, Italia, México, Portugal, la República Eslovaca y Turquía (países de la OCDE), Latvia, Indonesia, la Federación Rusa, Serbia y Montenegro (Serbia), Tailandia, Túnez y Uruguay un cuarto o más de los estudiantes que no pueden alcanzar este umbral.

Descripción de los niveles de desempeño en el área “incertidumbre”

Competencias
<p style="text-align: center;">NIVEL 6</p> <p><u>Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:</u></p> <ul style="list-style-type: none">• Interpretar y reflexionar en situaciones del mundo real aplicando probabilidad, realizar cálculos en los que se apliquen proporciones, grandes números y redondeo.• Demostrar comprensión de probabilidades en un contexto práctico.• Interpretar, razonar lógicamente en una situación de probabilidad nueva.• Argumentar rigurosamente en base a la interpretación de datos.• Aplicar razonamiento complejo con conceptos estadísticos.• Demostrar comprensión de ideas básicas de muestreo y realizar cálculos con promedios ponderados, o usar estrategias de conteo sistemáticas.• Comunicar argumentos y explicaciones complejas. <p>En el Nivel 6 de la escala de “incertidumbre” se ubicó el 4% de los estudiantes de los países de OCDE y el 0,4% de los estudiantes uruguayos.</p>
<p style="text-align: center;">NIVEL 5</p> <p><u>Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:</u></p> <ul style="list-style-type: none">• Interpretar y reflexionar sobre los resultados de un experimento sobre probabilidades en una situación nueva.• Interpretar un texto en lenguaje técnico y traducirlo a un cálculo aplicando probabilidad.• Identificar y extraer información relevante e interpretar y vincular información de fuentes múltiples (por ejemplo de textos, de tablas, de gráficos).• Reflexionar en situaciones que involucran la probabilidad de un evento estándar.• Aplicar conceptos de probabilidad para analizar un fenómeno o una situación no familiar.• Razonar aplicando proporciones y conceptos de estadística.• Razonar en etapas usando datos proporcionados mediante diversos formatos.• Calcular aplicando adición, proporciones, multiplicación de grandes números, redondeo, para resolver problemas en contextos estadísticos no triviales.• Efectuar una secuencia de cálculos relacionados.• Realizar y comunicar razonamientos y argumentos aplicando probabilidad. <p>En el Nivel 5 de la escala de “incertidumbre” se ubicó el 11% de los estudiantes de los países de OCDE y el 2% de los estudiantes uruguayos.</p>

NIVEL 4

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Utilizar conceptos estadísticos y de probabilidad básicos combinados con razonamiento numérico en contextos menos familiares para solucionar problemas simples.
- Interpretar un texto referido a un contexto nuevo (científico) pero directo y explícito.
- Identificar y seleccionar los datos de varios gráficos estadísticos y realizar cálculos básicos.
- Demostrar comprensión de datos en tablas y en gráficos.
- Demostrar comprensión de los conceptos asociados y definiciones estadísticas básicas (probabilidad de un suceso, valor esperado, aleatoriedad, promedio).
- Traducir un texto a un cálculo de probabilidades.
- Aplicar probabilidad básica para resolver problemas.
- Construir una explicación matemática básica de un concepto cuantitativo del mundo real expresado en lenguaje natural.
- Argumentar matemáticamente con base en los datos.
- Razonar numéricamente.
- Efectuar cálculos en varias etapas que involucren las operaciones aritméticas básicas y porcentajes.
- Extraer información de una tabla y comunicar un argumento simple basado en esa información.

En el Nivel 4 de la escala de "incertidumbre" se ubicó el 19% de los estudiantes de los países de OCDE y el 7% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 3

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Interpretar información tabular.
- Interpretar y leer gráficos no estándar.
- Razonar para identificar resultados de cálculo de probabilidades en el contexto de un experimento complejo pero bien definido y familiar.
- Comprender aspectos de presentación de datos, por ejemplo pertinencia numérica, conectar información relacionada presentada en dos tablas diferentes; conectar datos con el tipo de representación gráfica más adecuada.
- Comunicar razonamientos con sentido común.

En el Nivel 3 de la escala de "incertidumbre" se ubicó el 24% de los estudiantes de los países de OCDE y el 16% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 2

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Identificar la información relevante en un gráfico simple y familiar.
- Relacionar un texto a un gráfico presentado en una forma común y familiar.
- Entender y explicar cálculos estadísticos simples (promedio).
- Leer valores directamente de una presentación de datos expresada por medios familiares, como un gráfico de barras.

En el Nivel 2 de la escala de "incertidumbre" se ubicó el 21% de los estudiantes de los países de OCDE y el 23% de los estudiantes uruguayos.

NIVEL 1

Para alcanzar este nivel los estudiantes tienen que ser capaces de:

- Entender los conceptos básicos de la probabilidad en el contexto de un experimento simple y familiar (por ejemplo que involucren dados o monedas).

En el Nivel 1 de la escala de "incertidumbre" se ubicó el 13% de los estudiantes de los países de OCDE y el 23% de los estudiantes uruguayos.

El 7% de los estudiantes de los países de la OCDE y el 27% de los estudiantes uruguayos se ubicaron por debajo del Nivel 1 en función de sus desempeños en la prueba de matemática aplicada por PISA.

Los resultados de la evaluación PISA permiten analizar los desempeños de los estudiantes uruguayos escolarizados de 15 años relativa y comparativamente con los de los alumnos de la misma edad de otros países. Con ese fin se presentan en la siguiente tabla los porcentajes de estudiantes por nivel en Finlandia (país que se ha ubicado entre los de mejores resultados en esta evaluación tanto en 2003 como en el año 2000), España (que comparte con Uruguay cultura, tradiciones, idioma), México y Brasil (que son los países de Latinoamérica que participaron, como Uruguay, en la evaluación PISA 2003).

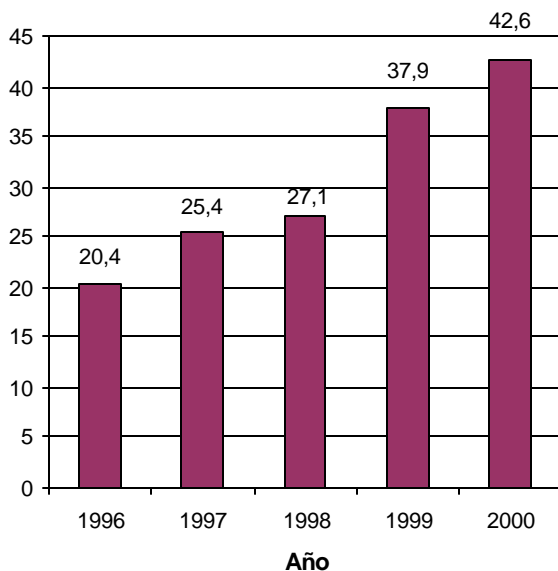
Escala "incertidumbre"	Bajo Nivel 1	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Total
Finlandia	1,6	5,5	15,4	27,2	27,0	16,4	6,8	100
España	7,1	13,7	25,5	26,9	18,4	6,9	1,5	100
Promedio OCDE	7,4	13,3	21,5	23,8	19,2	10,6	4,2	100
México	35,3	30,6	21,3	9,5	2,7	0,5	0,0	100
Brasil	43,5	29,1	17,0	7,0	2,6	0,7	0,2	100
Uruguay	27,1	23,5	23,5	16,0	7,1	2,4	0,4	100

En general, una diferencia de 62 puntos en la escala PISA representa un nivel de desempeño en las escalas de matemática. Un nivel de desempeño de diferencia se puede considerar una distancia relativamente grande en lo que a los logros del estudiante se refiere: por ejemplo, con respecto a habilidades de pensamiento y de razonamiento, el Nivel 3 requiere que los estudiantes tomen decisiones secuenciales e interpreten y razonen a partir diversas fuentes de información, mientras que el razonamiento directo y las interpretaciones literales son suficientes para tener éxito en el Nivel 2. La diferencia es similar con respecto al uso del lenguaje simbólico, formal y técnico; en el Nivel 3 pueden trabajar con las representaciones simbólicas, mientras que para los estudiantes en el Nivel 2 es suficiente con la aplicación de algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos y convenciones. Con respecto a la modelización, el Nivel 3 requiere que los estudiantes hagan uso de diversos modelos de representación, mientras que en el Nivel 2 es suficiente con reconocer, aplicar e interpretar modelos básicos dados. En lo que a plantear y resolver problemas se refiere los estudiantes en el Nivel 3 necesitan utilizar estrategias simples de resolución de problemas, mientras que para el Nivel 2 el uso de inferencias directas es suficiente.

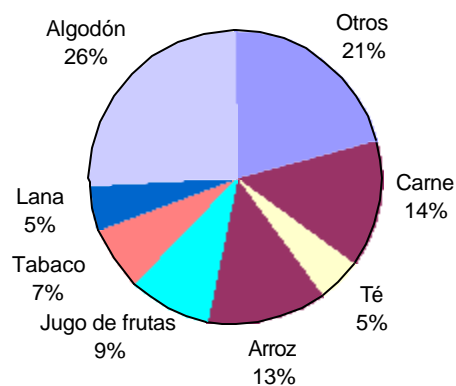
EXPORTACIONES

Los siguientes gráficos muestran información acerca de las exportaciones procedentes de Zedlandia, país que usa el zed como unidad monetaria.

Total anual de exportaciones de Zedlandia, en millones de zeds, años 1996-2000



Distribución de las exportaciones de Zedlandia para el año 2000



Pregunta 1

¿Por cuántos millones de zeds en total se exportó Zedlandia en 1998?

Crédito completo (427 puntos): 27.1 millones de zeds ó 27.100.000 zeds ó 27.1 (el uso de unidades es opcional). Aceptable también 27 como un valor aproximado.

Características del ítem	
Contexto	Público
Competencia	Reproducción
Contenido	Incertidumbre
Formato	Respuesta breve construida
Dificultad escala OCDE	427
Nivel de desempeño	2
% respuesta correcta Uruguay	71
% respuesta correcta OCDE	79
% omisión de respuesta Uruguay	19
% omisión de respuesta OCDE	7

La sociedad de la información maneja datos que se representan a menudo a través de gráficos. Los medios utilizan gráficos para describir noticias y para presentar información de forma convincente. Por lo tanto la lectura y el entendimiento de esta clase de información es un componente esencial de la cultura matemática. Para resolver este problema es necesario leer correctamente el gráfico: seguir las instrucciones escritas, decidir cuál de los dos gráficos es el relevante para responder la pregunta y localizar la información correcta en ese gráfico. El proceso involucrado en la resolución de este ítem es la inferencia

directa a partir de interpretar y reconocer situaciones en contextos; esta es una característica dominante del Nivel 2 en la escala de desempeños PISA.

Pregunta 2

¿Por cuántos millones de zed en total se exportó jugo de frutas en Zedlandia en el año 2000?

- A 1,8 millones de zeds.
- B 2,3 millones de zeds.
- C 2,4 millones de zeds.
- D 3,4 millones de zeds.
- E 3,8 millones de zeds.

Crédito completo (565 puntos): E. 3.8 millones de zeds.

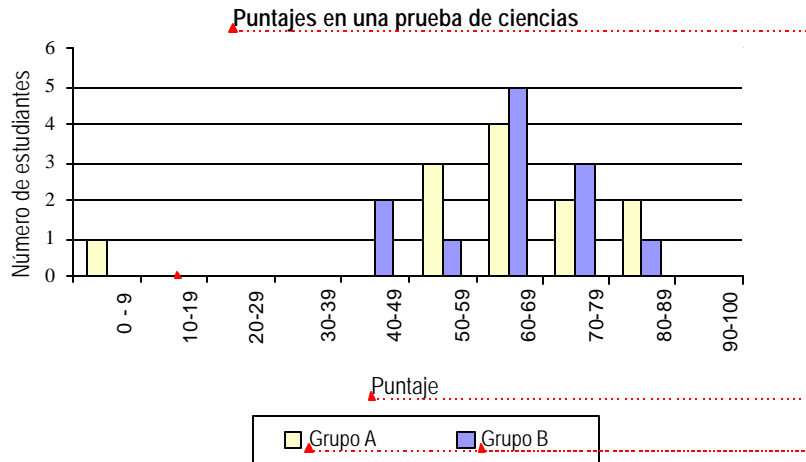
Características del ítem	
Contexto	Público
Competencia	Conexiones
Contenido	Incertidumbre
Formato	Cerrado de 5 opciones
Dificultad escala OCDE	565
Nivel de desempeño	4
% respuesta correcta Uruguay	42
% respuesta correcta OCDE	48
% omisión de respuesta Uruguay	20
% omisión de respuesta OCDE	7

Para resolver este problema el estudiante necesita combinar la información de los dos gráficos. Esto significa mirar el total de exportaciones anuales de 2000 (42,6) y el porcentaje de las exportaciones de jugo de fruta (9%) de este total. La situación compleja -debido al número de variables a manejar- con dos representaciones gráficas, la visión necesaria para conectarlas y combinarlas y el uso de una apropiada rutina operatoria básica hace que este ítem ajuste en el Nivel 4 de escala de desempeños en PISA.

PUNTAJES DE PRUEBAS

Pregunta 1

El siguiente gráfico muestra los resultados en una prueba de ciencias para dos grupos de estudiantes, designados como Grupo A y Grupo B.



El puntaje promedio para el Grupo A es 62,0 y el promedio para el Grupo B es 64,5. Los estudiantes aprueban cuando su puntaje es de 50 o más.

Al observar los resultados de en este gráfico, el profesor concluye que al Grupo B le fue mejor que al Grupo A en esta prueba.

Los estudiantes del Grupo A no están de acuerdo con su profesor. Ellos intentan convencer al profesor que al Grupo B no necesariamente le ha ido mejor.

Escribe un argumento matemático, usando los datos del gráfico, que podrían usar los estudiantes del Grupo A podrían usar. para convencer a su profesor de que al Grupo B no le fue necesariamente mejor.

Crédito completo (620 puntos):

Se entrega un argumento válido. Los argumentos válidos pueden referirse al número de estudiantes que pasaron la prueba, la desproporcionada influencia del bajo resultado del alumno con el menor puntaje o el número de estudiantes con puntajes en el más alto nivel.

En este caso una prueba de ciencia se ha administrado a dos grupos de estudiantes: A y B. Los resultados se brindan a los estudiantes de dos maneras: en lenguaje natural con datos

Características del ítem	
Contexto	Educativo
Competencia	Conexiones
Contenido	Incertidumbre
Formato	Abierto de respuesta construida
Dificultad escala OCDE	620
Nivel de desempeño	5
% respuesta correcta Uruguay	16
% respuesta correcta OCDE	32
% omisión de respuesta Uruguay	61
% omisión de respuesta OCDE	35

numéricos y por medio de gráficos de barras. El problema es encontrar argumentos que apoyan la declaración de que el grupo A tuvo mejores resultados que el grupo B en contra del argumento de un profesor que afirma que el grupo B trabajó mejor - sobre la base de la media más alta para el grupo B que para el A.

En la sociedad de la información es esencial un cierto conocimiento de esta área de la matemática, pues los datos y las representaciones gráficas desempeñan un papel importante en los medios y en otros aspectos de nuestra experiencia diaria. La codificación e interpretación de representaciones gráficas simples son

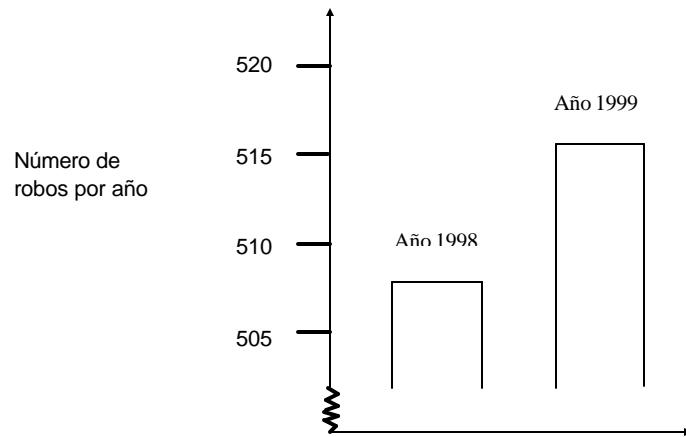
necesarias para enfrentar este ítem pero también se requiere el razonamiento y la visión para generar un argumento matemático. Los estudiantes tienen al menos de tres opciones de argumentación. La primera es que son más los estudiantes que pasan la prueba en el grupo A; segunda es el efecto que produce el alumno de más bajo rendimiento en la media del grupo A; finalmente el grupo A tiene más estudiantes con 80 puntos o más que el B. Los estudiantes que responden correctamente han aplicado conocimientos estadísticos en una situación bastante estructurada donde la matemática subyacente es clara. También necesitaron interpretar y analizar la información dada para generar y comunicar los argumentos pedidos; por lo tanto el ítem describe claramente el Nivel 5 de la escala de desempeños.

ROBOS

Pregunta 1

Un periodista de TV mostró mostrando este gráfico y afirmó:

“El gráfico muestra que hay ha habido un enorme aumento del número de robos desde entre 1998 a y 1999”



¿Consideras que la afirmación del periodista es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta.

Crédito completo (694 puntos):

Respuestas que indican que la interpretación no es razonable. Se centra en el hecho de que solo una pequeña parte del gráfico se muestra, o Incluye argumentos correctos en términos de razones o porcentajes, o hace referencia a la necesidad de contar con datos de tendencia antes de poder emitir un juicio.

Crédito parcial (577 puntos):

Respuestas que indican que la interpretación no es razonable, pero la explicación no es detallada. Se centra SOLO en un crecimiento dado por el número exacto de robos, pero no compara con el total o con método correcto y errores de cálculo menores.

Características del ítem	
Contexto	Público
Competencia	Conexiones
Contenido	Incertidumbre
Formato	Abierto de respuesta construida
Dificultad escala OCDE	694
Nivel de desempeño	6
% crédito completo Uruguay	9
% crédito completo OCDE	15
% crédito parcial Uruguay	19
% crédito parcial OCDE	28
% omisión de respuesta Uruguay	29
% omisión de respuesta OCDE	15

Para ser críticos en la sociedad de la información y el conocimiento es muy importante “mirar a través” de los datos y de los gráficos pues se presentan con frecuencia en los medios. Esto constituye una habilidad esencial en la cultura matemática.

El gráfico parece indicar, como el reportero de la TV dice: "un aumento enorme en el número de robos". Se pregunta a los estudiantes si la declaración se deduce de los datos. Una respuesta de crédito parcial describe el Nivel 4 de la escala con una dificultad de 577 puntos. En este caso los estudiantes indican que la declaración no es razonable, solamente fallan al justificar su juicio. En estos casos el razonamiento se centra solamente en un aumento dado

por un número exacto de robos en términos absolutos, pero no en términos relativos.

Una respuesta de crédito completo requiere que los estudiantes utilicen y comuniquen la argumentación basada en la interpretación de datos, usando un cierto razonamiento proporcional en un contexto estadístico y en una situación no muy familiar, por lo tanto describe el Nivel 6 de la escala de desempeños PISA.

LA EVALUACIÓN DE LA "CULTURA MATEMÁTICA" EN PISA 2003 MARCO CONCEPTUAL Y ACTIVIDADES DE LAS PRUEBAS

¿Están bien preparados los jóvenes para afrontar los desafíos del futuro? ¿Son capaces de analizar, razonar y comunicar sus ideas? ¿Tienen la capacidad de continuar aprendiendo a lo largo de sus vidas? Estas son preguntas que se plantean continuamente los padres, los estudiantes, los docentes y la ciudadanía toda.

El Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (cuya sigla en inglés es PISA) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico OCDE- proporciona algunas respuestas a estas preguntas.

PISA evalúa en qué medida los estudiantes que se encuentran al final de la educación obligatoria, han adquirido algunos de los conocimientos y aptitudes que son esenciales para una participación plena en la sociedad. Presenta evidencias sobre el desempeño de los estudiantes en lectura, matemática y ciencias; revela factores que influyen en el desarrollo de estas aptitudes en el hogar y en el centro educativo y examina las implicancias para el desarrollo de políticas educativas.

A través de su participación en PISA, Uruguay podrá comparar sus resultados educativos con los de la mayor parte de los países de Europa, así como con un grupo importante de países de América Latina, América del Norte, Asia y Oceanía, y hacerlo sobre la base de un proceso de evaluación externo a la propia ANEP.

Para recibir periódicamente por correo electrónico información sobre resultados de PISA y sobre el desarrollo del Programa, suscríbese enviando un mensaje a la siguiente dirección electrónica:

pisauruguay@adinet.com.uy

Los alumnos y centros educativos que participaron en PISA 2003 EN Uruguay y deseen información sobre sus propios resultados, pueden enviar un mensaje con sus datos a la siguiente dirección electrónica:

pisa2003@adinet.com.uy

Los principales resultados de Uruguay están disponibles en la siguiente dirección:

http://www.anep.edu.uy/gerenciagrl/ger_inv_eva/publicaciones/evaluacion/PISA.htm

Las actividades e ítemes que integraron las pruebas PISA 2003 y que fueron liberadas al conocimiento público el 7 de diciembre están disponibles en la siguiente dirección:

http://www.anep.edu.uy/gerenciagrl/ger_inv_eva/publicaciones/evaluacion/PISA.htm